第 40 卷　增刊(A)　　中山大学学报(自然科学版)　　Vol.40　Suppl.(A)
2001 年　6 月　　ACTA SCIENTIARUM NATURALIUM UNIVERSITATIS SUNYATSENI　　Jun.　2001

# 自由衰减法测量中的低频内耗与频率关系的理论研究*

水嘉鹏，郑　康
(中国科学院固体物理研究所内耗与固体缺陷开放研究实验室，合肥 230031)

摘　要：内耗测量希望得到试样的内耗值．而用低频扭摆测量内耗时，只能得到试样的惯量组成的振动系统的内耗值．讨论了在用自由衰减法测量内耗时，Voigt 模型和惯量组成的振动系统内耗与试样内耗之间的关系．

关键词：自由衰减；低频内耗；频率
中图分类号：O482.2　　文献标识码：A　　文章编号：0529-6579(2001)S1-0294-02

内耗与频率的关系是内耗理论的一个基本组成部分，内耗对频率的依赖是材料滞弹性性质的一个基本表现．本工作以 Voigt 二参量模型的内耗与频率的关系为例，讨论了自由衰减扭摆的内耗与频率的关系．

二参量 Voigt 模型和惯量组成的振动系统如图 1 所示．$k$ 是理想弹簧的刚度，$\eta$ 是阻尼器的粘度，$m$ 是惯量的质量．在自由衰减情况下，Voigt 模型振动系统的运动方程式可以写成[1,2]

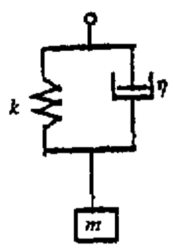

图 1　二参量 Voigt 力学模型与惯量组成的振动系统

$$m\frac{d^2x}{dt}+\eta\frac{dx}{dt}+kx=0 \tag{1}$$

求解这个运动方程式可以得到振动系统频率与振幅的对数减缩量 $\delta$ 之间关系满足方程式

$$\delta^2-\frac{4\pi k}{\eta\omega}\delta+4\pi^2=0 \tag{2}$$

方程式(2)有两个根

$$\delta_1=2\pi\left(\frac{\kappa}{\eta\omega}+\sqrt{\frac{\kappa^2}{\eta^2\omega^2}-1}\right)$$

$$\delta_2=2\pi\left(\frac{\kappa}{\eta\omega}-\sqrt{\frac{\kappa^2}{\eta^2\omega^2}-1}\right) \tag{3}$$

在自由衰减情况下，振动系统的对数减缩量 $\delta$ 与内耗 $Q^{-1}$ 的精确关系是[2]

$$Q^{-1}=\frac{1}{2\pi}(1-e^{-2\delta}) \tag{4}$$

从关系式(3)和(4)画出的内耗与频率的关系曲线如图 2 所示(在画图时取 $\kappa=\eta=1$)．在图 2 中，$Q_1^{-1}$ 和 $Q_2^{-1}$ 是对应于 $\delta_1$ 和 $\delta_2$ 的内耗曲线，而虚线是试样的内耗－频率曲线，对于 Voigt 模型试样，试样与频率的关系是[1]

$$Q^{-1}=\tan\phi=\frac{\eta\omega}{\kappa} \tag{5}$$

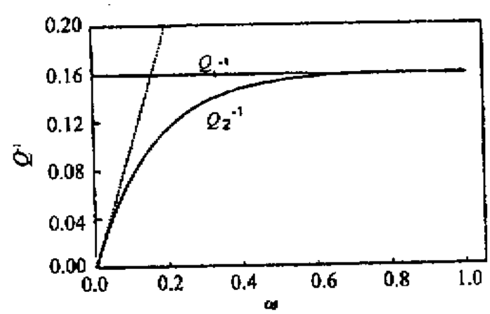


图 2　Voigt 模型振动系统的内耗(实线)和试样内耗(虚线)与频率的关系曲线($\kappa=\eta=1$)

从图 2 可以看到：$Q_1^{-1}$ 基本上不随频率变化，而且内耗值很大，这种振动模式衰减很快，对测量内耗没有实际意义．在频率很低时，$Q_2^{-1}$ 与试样内耗接近，随着频率增加，$Q_2^{-1}$ 很快偏离试样的内耗值．对于 $Q_2^{-1}$ 与试样 $Q^{-1}$ 内耗的偏离

* 收稿日期：2000-12-30；　作者简介：水嘉鹏(1939－)，男，研究员．

可以定义一个相对误差函数 $\Delta$

$$\Delta = \frac{Q^{-1} - Q_2^{-1}}{Q^{-1}} \times 100\% \qquad (6)$$

作为例子，图 3 给出了当 $\kappa = \eta = 1$ 时 $\Delta$ 随频率

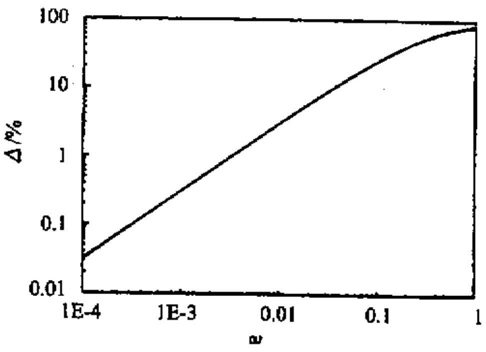


图 3　Voigt 模型振动系统相对误差函数 $\Delta$ 随频率变化的曲线（$\kappa = \eta = 1$）

变化的曲线.

如果用 $\frac{\delta}{\pi}$ 表示内耗，则 $\frac{\delta}{\pi}$ 与频率的关系可以写为

$$\frac{\delta}{\pi} = 2\left(\frac{\kappa}{\eta\omega} - \sqrt{\frac{\kappa^2}{\eta^2\omega^2} - 1}\right) \qquad (7)$$

对于（$\kappa = \eta = 1$）的情况，$\frac{\delta}{\pi}$ 与频率 $\omega$ 关系曲线如图 4 所示. 在图 4 中虚线表示接（5）式计算的试样内耗（$\kappa = \eta = 1$）. 这个结果也可以按照（6）式计算误差函数 $\Delta$ 与频率的关系曲线如图 5 所示. 比较图 4 和图 5 可以看到，用 $\frac{\delta}{\pi}$ 表示内耗值比严格公式计算的内耗值更接近试样的内耗值. 最后必需指出：$\Delta$ 与频率的关系是与 $\kappa$ 和 $\eta$ 有关的，即不同的 $\kappa$ 和 $\eta$ 有不同的 $\Delta$ 与频率的关系. 在本工作中，惯量 $m$ 是隐形变量.

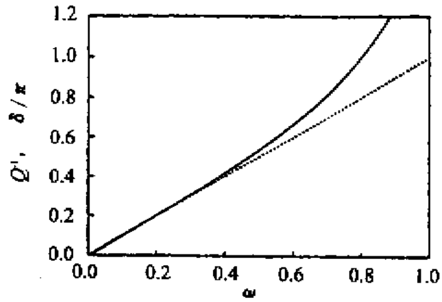


图 4　Voigt 模型振动系统的 $\frac{\delta}{\pi}$（实线）和试样内耗（虚线）与频率 $\omega$ 的关系曲线（$\kappa = \eta = 1$）

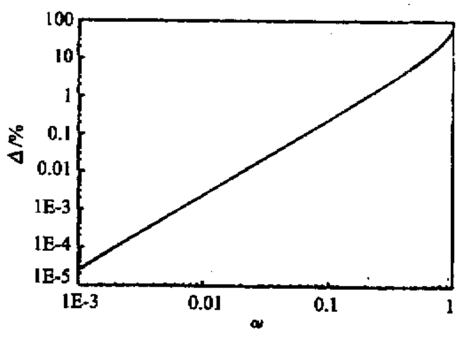


图 5　Voigt 模型振动系统的误差函数 $\Delta$ 随频率变化的曲线（$\kappa = \eta = 1$）

参考文献：


[1] SHUI J P, PEI H Y, LIU Y S. Rev Sci Instrum, 1999, 70:2060.

[2] 朱贤方, 水嘉鹏. 物理学报, 1996, 45:1010.

[3] ZHU X F, SHUI J P, WILLIAMS J S. Rev Sci Instrum, 1997, 68:3116.