

文章编号: 1000-4939(2003)02-0083-05

超导磁体等效材料参数的有限元预测*

陈文革 武松涛

(等离子体物理研究所 中国科学院 合肥 230031)

摘要: HT-7U 超导托卡马克装置中纵场超导磁体是由多种材料组成的且具有周期性分布的大型复杂的重要结构,对其宏观等效材料参数的准确掌握在其结构设计阶段是十分重要的。本文着重介绍了利用小参数展开的渐近均匀化方法对其进行等效处理的过程,并采用有限元方法预测出其等效弹性模量与热膨胀系数等,这些都为纵场磁体结构的力学计算与传热分析提供了必要的参数。

关键词: 超导磁体;均匀化方法;等效材料参数;预测

中图分类号: TB115 **文献标识码:** A

1 引 言

国家大科学工程“HT-7U 超导托卡马克装置”将是一个准稳态运行的核聚变实验装置,它由中国科学院等离子体物理研究所设计和制造。在 HT-7U 装置中纵场磁体系统和极向场磁体系统都采用超导磁体,即在磁体中使用 4.5K 超临界氮迫流冷却的 Nb-Ti 管状电缆超导体(Cable-in-Conduit Conductor,简称 CICC 导体)。CICC 导体的结构特点是采用绞缆工艺把超导股线制成股线在空间的位置充分易位的多级子缆,装入不锈钢套管中,冷却流体(超临界氮)从股线之间的间隙中流过,使超导股线得以充分冷却,形成了冷却周界大,超导稳定好的一种导体。它的另一个特点是用它绕制的线圈整体刚性好,绝缘耐压高,因而是现今和未来大型超导磁体的首选导体。图 1 为 HT-7U 纵场超导磁体中绕组的截面图。

HT-7U 纵场超导磁体是由十六个连续绕制的 CICC 双并式 D 型线圈组成,绕组中 CICC 导体之间设有层间绝缘和匝间绝缘,最后匝间对地绝缘并做真空压力浸渍(VPI)处理。在装置实际运行过程中,纵场超导磁体将受到巨大的洛仑兹力的作用而产生较大的应力与变形。由于过大的应力与变形将

对超导磁体本身产生很大的负作用,因此在该结构的优化设计过程中必须加以控制,这样也就需要对纵场超导磁体的材料性能应有准确地掌握。根据纵场结构的上述特点,纵场超导磁体可以用均质的宏观结构和非均质的且具有周期性分布的细观结构来描述。换一句话说,宏观上呈均质的磁体结构是由许多具有细观尺度的单胞(即一个缠有绝缘的 CICC 导体)在空间上周期性重复堆积而成的。由此可知,纵场超导磁体是由一种复杂的非均质多相(Heterogeneous)的复合材料构成的^[1,2]。在理论上,基于连续介质理论的有限元法不能有限地直接求解非均质问题,因为描述材料的非均质分布需要很密的网格和大量未知数,确定复合材料应力场的有效方法应是建立一种既能反映材料的细观非均质性影响,而不必考虑材料每一点处的细观结构细节的数学模型。均匀化方法的特点是既能从细观尺度上分析材料的等效模量和变形,又能从宏观结构中一点的位移和应力等物理量展开为表征细观结构尺度的小参数渐近级数,并用摄动技术建立起一系列控制方程,依据这些方程可求解出平均化的材料参数、等效位移和等效应力等^[3,4]。本文就是根据均匀化理论这一数学方法,建立起本构方程,利用有限元分析结果,结合一种应力平均方法,对其结构材料的等效弹性常数进行预测。

* 基金项目: HT-TU 托卡马克核聚变装置国家大科学工程项目(计投资[1998]1303号) 来稿日期:2002-04-09 修回日期:2002-12-09
第一作者简介:陈文革,男,1967年生,安徽省宣州市,高级工程师,博士;研究方向:大型超导磁体的设计。

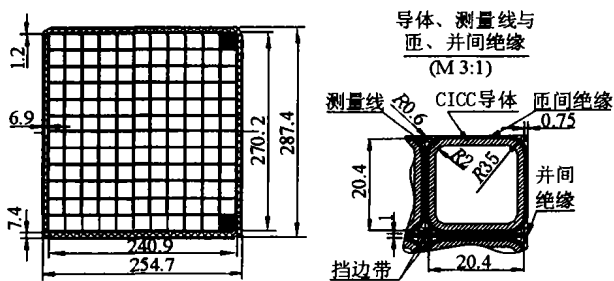


图 1 HT-7U 纵场超导磁体中绕组的截面图 (右为其细节结构图)

2 均匀化理论及其分析过程

如图 2 所示的复合材料弹性体结构,在 R^3 空间中占据区域为 Ω ,它在宏观某一位置 x 处可认为是由单胞在空间中周期性重复堆积而成的。单胞尺度相对于结构的宏观尺寸来讲,是很小的量,设为 ϵ ($0 < \epsilon \leq 1$) 量级,因而结构的非均质性是最高层次的(细观层次)。不同空间位置的单胞形状及其排列方式可能是变化的。但是,在某点的单胞尺度邻域内,这种变化可认为是极其微小的,因此,从宏观上的一点来观察,材料仍然具有周期性分布的特点。结构的周期性和单胞如图 2(b) 和 2(c) 所示。

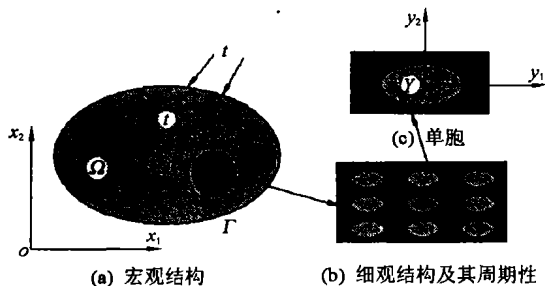


图 2 具有细观结构的复合材料结构

由于非均质性的存在,在体积力 f 和表面力 t 作用下的应力和位移在宏观位置 x 的非常小的邻域 (ϵ 邻域) 内也有很大的变化,因此,可以认为所有的量均依赖于宏观和细观两种尺度坐标 x 和 $y = x/\epsilon$,也就是说,如果 $\Phi^{\epsilon}(x)$ 表示为物体内的位移或应力,则有 $\Phi^{\epsilon}(x) = \Phi(x, y)$ 。由于材料细观结构的周期性特征,这些量对细观坐标 $y = x/\epsilon$ 的依赖关系也具有周期性,即:

$$\Phi(x, y) = \Phi(x, y + Y) \quad (1)$$

这种特征称为 Y -周期性, Y 表示周期函数的周期,微观上对应于一个单胞或称基元 Y 。这里假设宏观的波动(x 的波动)对场变量的影响较细观的(y 的波动)要小得多。单胞尺寸与宏观物体的尺度

相比是很小的,可以用一个小的正数 ϵ 来表示。通过 $y = x/\epsilon$ 坐标变换,将 Ω^{ϵ} 中的一点放大成单胞 Y ,当 ϵ 趋近于零时,物体 Ω^{ϵ} 就成为原复合材料体 Ω 的等效均质弹性体,因此可求得等效的弹性性能。

如图 2(c) 中所示的单胞 Y 上,其材料性能参数是变化的,即不同组分材料具有不同的数值,尽管在单胞 Y 中没有画出各组分,但通过材料常数随细观坐标的变化可以体现各组分的存在。若考虑材料热弹性常数,则材料热膨胀系数的张量 α 可以用热弹性常数张量 β 表示成:

$$\alpha_{ij} = [E_{ijkl}]^{-1} \cdot \beta_{ij} \quad (2)$$

式中: E_{ijkl} 表示刚度张量 E 的分量,并且使用了 Einstein 求和约定。这里,下标 i, j, k, l 取值范围均是 $(1, 2, 3)$ 。

若将 Ω^{ϵ} 中的周期性位移 $\mu^{(\epsilon)}$ 展开成关于小参数的渐近展开式,为:

$$\begin{aligned} \mu^{(\epsilon)}(x) &= \mu^{(0)}(x, y) + \epsilon^1 \mu^{(1)}(x, y) + \\ &\quad \epsilon^{(2)} \mu^{(2)}(x, y) + \dots; \\ y &= x/\epsilon \end{aligned} \quad (3)$$

这样,任一函数 Φ 对宏观坐标 x 的偏微分为:

$$\frac{\partial}{\partial x_i^{(\epsilon)}} (\Phi(x, y = x/\epsilon)) = \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y_i} \quad (4)$$

则应变张量 e_{ij}^{ϵ} 成为:

$$\begin{aligned} e_{ij}^{\epsilon}(x) &= \epsilon^{-1} e_{ij}^{(-1)}(x, y) + \epsilon^0 e_{ij}^{(0)}(x, y) + \\ &\quad \epsilon^1 e_{ij}^{(1)}(x, y) + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $e_{ij}^{(-1)}(x, y) = \frac{\partial \mu_k^0}{\partial y_l}$;

$$e_{ij}^{(0)}(x, y) = \frac{\partial \mu_k^0}{\partial x_l} + \frac{\partial \mu_k^1}{\partial y_l} - \alpha_{kl} \cdot \Delta T;$$

$$e_{ij}^{(n)}(x, y) = \frac{\partial \mu_k^n}{\partial x_l} + \frac{\partial \mu_k^{n+1}}{\partial y_l}, n = 1, 2, 3, \dots$$

将上式(5)代入本构方程中,可得出应力场的渐近展开式,为:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(\epsilon)}(x) &= \epsilon^{-1} \sigma_{ij}^{(-1)}(x, y) + \epsilon^0 \sigma_{ij}^{(0)}(x, y) + \\ &\quad \epsilon^1 \sigma_{ij}^{(1)}(x, y) + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

结合(4)式,可以得出:

$$\sigma_{ij}^{(-1)}(x, y) = E_{ijkl} \frac{\partial \mu_k^0}{\partial y_l};$$

$$\sigma_{ij}^{(0)}(x, y) = E_{ijkl} \cdot \left[\frac{\partial \mu_k^0}{\partial x_l} + \frac{\partial \mu_k^1}{\partial y_l} \right] - E_{ijkl} \cdot \alpha_{kl} \cdot \Delta T;$$

$$\sigma_{ij}^{(n)}(x, y) = E_{ijkl} \cdot \left[\frac{\partial \mu_k^n}{\partial x_l} + \frac{\partial \mu_k^{n+1}}{\partial y_l} \right], n = 1, 2, 3, \dots$$

由于原复合材料受体积力 f , 边界 Γ 上的表面力 t 的作用,这样等效均质弹性体 Ω^{ϵ} 可以用虚功原

理来表示其控制方程,如下所示:

$$\int_{\Omega^e} E_{ijkl}^e \cdot \left(\frac{\partial \mu_k^e}{\partial x_l} - \alpha_{kl}^e \cdot \Delta T \right) \cdot \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \cdot d\Omega - \int_{\Omega^e} f_i \cdot v_i \cdot d\Omega - \int_{\Gamma_i} t_i \cdot v_i \cdot d\Gamma = 0, \forall v(x) \in V_{\Omega^e} \quad (7)$$

由此可以得出一系列摄动方程。

当 $\epsilon \rightarrow 0^+$ 时, $\Omega^\epsilon \rightarrow \Omega$, 对于任意 Y 周期性函数, 有极限关系:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{\Omega^e} \Phi(x) \cdot dx = \int_{\Omega} \frac{1}{|Y|} \cdot \int_Y \Phi(x, y) \cdot dy \cdot d\Omega \quad (8)$$

这里: Y 为单胞中所包围的区域。

$$\text{若对摄动方程} \int_{\Omega^e} E_{ijkl} \cdot \frac{\partial \mu_k^{(0)}}{\partial y_l} \cdot \frac{\partial v_i}{\partial y_j} \cdot d\Omega = 0,$$

$\forall v(x, y) \in \Omega^\epsilon$ 取极限并进行分部积分, 同时注意到各函数的周期性, 可得:

$$\frac{\partial}{\partial y_i} [E_{ijkl} \cdot \frac{\partial \mu_k^{(0)}}{\partial y_l}] = 0, \forall y \in Y \text{ 区域} \quad (9)$$

由此可知, 定义为具有 Y 周期性的式(9), 其解是与细观坐标无关的解, 即 $\mu^{(0)}(x, y) = \mu^{(0)}(x)$, 若只保留周期性位移 $\mu^{(e)}$ 的展开式的前两项, 可得出宏观均匀化问题, 这时式(7)可写成下式:

$$\int_{\Omega} E_{ijkl}^H \left(\frac{\partial \mu_k^{(0)}}{\partial x_l} - \alpha_{kl}^H \cdot \Delta T \right) \cdot \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \cdot d\Omega = \int_{\Omega} f_i \cdot v_i \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} t_i \cdot v_i \cdot d\Gamma, \forall v(x) \in \Omega^\epsilon \quad (10)$$

$$\text{这里: } \bar{f}_i = \frac{1}{|Y|} \cdot \int_Y f_i \cdot dy, \quad (11)$$

$$E_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \cdot \int_Y (E_{ijkl} - E_{ijmn} \cdot \frac{\partial \varphi_n^k}{\partial y_m}) \cdot dy \quad (12)$$

$$\alpha_{kl}^H = [E_{ijkl}^H]^{-1} \cdot \beta_{ij}^H,$$

$$\left(\text{设 } \beta_{ij}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y E_{ijkl} \cdot (\alpha_{kl} - \alpha_{mn} \cdot \frac{\partial \varphi_n^k}{\partial y_l}) \cdot dy \right) \quad (13)$$

实际上, $\bar{f}_i, E_{ijkl}^H, \alpha_{kl}^H$ 都为在单胞 Y 区域内求其平均值。

以上可知, 式(10)为宏观均匀化问题实际上是复合材料等效问题的控制方程, 式(11)、式(12)和式(13)就确定了材料的等效材料常数。由等效均质弹性体的本构方程可知, 其等效应力为:

$$\sigma_{ij}^H = E_{ijkl}^H \cdot \left(\frac{\partial \mu_k^{(0)}}{\partial x_l} - \alpha_{kl}^H \cdot \Delta T \right) \quad (14)$$

根据以上的公式推导与证明, 对于具有周期性分布的特点且其细观结构极其复杂的复合材料, 正

如本文所研究的对象 HT-7U 超导托卡马克装置中纵场超导磁体, 可利用均匀化方法结合数值分析来预测其材料的等效弹性参数。大量的文献表明这种方法对这种具有周期性分布复合材料的性能分析是极其有效的^[5]。

3 等效材料参数的有限元数值分析

根据式(14)可知, 复合材料等效弹性性能可由其正交各向异性弹性体的本构关系来确定, 为计算方便, 它们可由工程常数表示为 6×6 矩阵形式, 可简洁地写成:

$$\{\sigma\} = [K] \cdot (\{\epsilon\} - \{\alpha\} \cdot \Delta T) \quad (15)$$

式(15)中, $\{\sigma\}$ 、 $\{\epsilon\}$ 和 $\{\alpha\}$ 分别为应力列阵、应变列阵和热膨胀量列阵, 其各元素: $\langle \sigma_x \rangle$ 、 $\langle \sigma_y \rangle$ 和 $\langle \sigma_z \rangle$ 分别为相应坐标系中 x, y, z 三个方向上的平均应力; $\langle \epsilon_x \rangle$ 、 $\langle \epsilon_y \rangle$ 和 $\langle \epsilon_z \rangle$ 分别为相应坐标系中 x, y, z 三个方向上的平均应变; α_x^* 、 α_y^* 和 α_z^* 分别为相应坐标系中 x, y, z 三个方向上的等效热膨胀系数。而 $[K]$ 为 6×6 的刚度系数矩阵, 其各元素为表征为正交各向异性体弹性特征的等效弹性模量系数。

对于正交各向异性弹性的复合材料, 它满足 $\frac{\nu_{ji}^*}{E_{ii}^*}$

$$= \frac{\nu_{ji}^*}{E_{jj}^*}, (i, j = x, y, z \text{ 且 } i \neq j) \text{ 关系式, 即: } E_{xx}^* \cdot \nu_{xx}^* = E_{yy}^* \cdot \nu_{yy}^*, E_{yy}^* \cdot \nu_{zz}^* = E_{zz}^* \cdot \nu_{yy}^* \text{ 和 } E_{zz}^* \cdot \nu_{xx}^* = E_{xx}^* \cdot \nu_{zz}^*, \text{ 把这些关系式同时代入式(15), 并简写 } E_{xx}^*, E_{yy}^* \text{ 和 } E_{zz}^* \text{ 为 } E_x^*, E_y^* \text{ 和 } E_z^*, \text{ 展开得出如下方程组:}$$

$$\begin{cases} \langle \epsilon_x \rangle = \frac{1}{E_x^*} \cdot \langle \sigma_x \rangle - \frac{\nu_{xy}^*}{E_y^*} \cdot \langle \sigma_y \rangle - \frac{\nu_{xz}^*}{E_z^*} \cdot \langle \sigma_z \rangle + \langle \alpha_x^* \rangle \cdot \Delta T \\ \langle \epsilon_y \rangle = -\frac{\nu_{xy}^*}{E_y^*} \cdot \langle \sigma_x \rangle + \frac{1}{E_y^*} \cdot \langle \sigma_y \rangle - \frac{\nu_{yz}^*}{E_z^*} \cdot \langle \sigma_z \rangle + \langle \alpha_y^* \rangle \cdot \Delta T \\ \langle \epsilon_z \rangle = -\frac{\nu_{xz}^*}{E_z^*} \cdot \langle \sigma_x \rangle - \frac{\nu_{yz}^*}{E_z^*} \cdot \langle \sigma_y \rangle + \frac{1}{E_z^*} \cdot \langle \sigma_z \rangle + \langle \alpha_z^* \rangle \cdot \Delta T \\ \langle \gamma_{xy} \rangle = \frac{\langle \tau_{xy} \rangle}{G_{xy}^*} \\ \langle \gamma_{yz} \rangle = \frac{\langle \tau_{yz} \rangle}{G_{yz}^*} \\ \langle \gamma_{zx} \rangle = \frac{\langle \tau_{zx} \rangle}{G_{zx}^*} \end{cases} \quad (16)$$

根据式(16), 具有宏观上呈正交各向异性弹性性质

的复合材料,其单胞有 12 个独立的等效弹性常数需要预测,即沿着其材料三个主轴方向(即 x, y, z 方向)的等效杨氏模量 E_x^*, E_y^* 和 E_z^* 、等效剪切模量 $G_{xy}^*, G_{xz}^*, G_{yz}^*$ 、等效泊松比系数 $\nu_{yx}^*, \nu_{zx}^*, \nu_{zy}^*$ 以及等效热膨胀系数 $\alpha_x^*, \alpha_y^*, \alpha_z^*$ 。

假设在复合材料的单胞上沿 x 方向上施加一微小均匀位移 $\Delta\mu_x$, 由此而产生 x 向的等效平均应变为 $\langle\epsilon_x\rangle = \pm \frac{\Delta\mu_x}{e_x}$ (其中 $2e_x$ 为单胞沿 x 方向上的长度)。由于复合材料单胞的结构复杂性,极难用解析法来分析求解等效平均应力。本文采用三维有限元分析方法计算出单向平均等效应变 $\langle\epsilon_x\rangle$ 约束下单胞的应力分布,并在所对应划分的有限元单元的体积上进行平均来求得 x 向等效平均应力 $\langle\sigma_x\rangle$ 。同理,可求出在单向平均等效应变 $\langle\epsilon_y\rangle$ 和 $\langle\epsilon_z\rangle$ 约束下等效平均应力 $\langle\sigma_y\rangle$ 和 $\langle\sigma_z\rangle$ 。将这些等效应变和应力代入式(16),便可获得六个等效弹性系数,即 $E_x^*, E_y^*, E_z^*, \nu_{yx}^*, \nu_{zx}^*$ 和 ν_{zy}^* 。若给定出复合材料中单胞的微小温升 ΔT ,便可求出等效热膨胀系数 α_x^*, α_y^* 和 α_z^* 。

为了获得复合材料的等效剪切模量 G_{xy}^* ,假设单胞的某平面沿 y 方向上施加微小均匀位移 $\Delta\mu_y$, 则单胞的剪切应变可表示为: $\gamma_{xy} = \arctan(\frac{\Delta\mu_y}{e_x})$ ($2e_x$ 为单胞沿 x 向的长度)。按上述方法,依次求出复合材料的等效剪切模量 G_{xy}^*, G_{xz}^* 和 G_{yz}^* 。

由此可知,有限元数值分析方法预测复合材料弹性性能是在给定的位移边界条件下进行的,并且要求复合材料单胞体元的边界条件必须满足连续性条件和周期条件。因此,所有的边界条件的数值实施都采用了限制单元技术,即对形状为立方或长方体的单胞体元而言,该体元平面变形限制为变形后仍保持平面,并对称或反对称于中线平面。

4 计算结果与分析

HT-7U 装置的纵场超导磁体这种复合材料,其单胞结构(缠有绝缘的 CICC 导体)是由绝缘层、316LN 不锈钢套、NbTi 超导丝与铜这几种组分组成的,见图 3。在实际情况下,绝缘层和 316LN 不锈钢可认为具有准确的材料弹性性质。而由 NbTi 超导丝与铜组成的超导电缆,在纵场全导体 CICC 的工

程设计中是由 120 根超导导线和(120 + 21) 根铜线通过四级绞缆构成的,其中 21 根铜线是电缆的铜芯,并穿过不锈钢套,在钢套中留有 34% ~ 37% 的空隙率以便 4.5K 的超临界氦进行冷却,因此该结构复杂。在计算过程中,有两种情况来模拟这种情况;一种认为带有空隙的超导电缆相当柔软,并假定其材料性质呈各向同性,弹性模量可取值为 1 ~ 10GPa,泊松比近似取值 0.2。另一种认为可以不考虑带有空隙的超导电缆(即 NbTi/Cu 线)这部分。

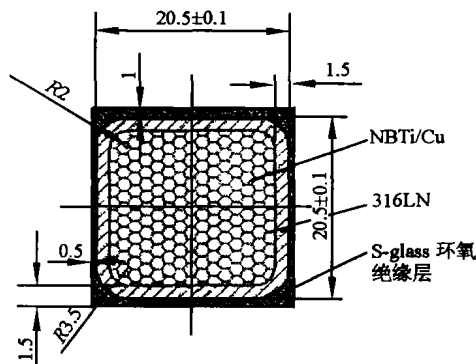


图 3 缠有绝缘的 CICC 导体的截面及其尺寸图

利用有限元法来预测这种复合材料的等效弹性性能时,本文采用了大型结构分析程序 ANSYS 来求解该材料在给定六种边界条件下(如表 1 所示)的应力分布,同时结合单元体积的应力平均法来求得各个方向的等效平均应力值,从而获得该材料的等效弹性常数。

表 1

序号	边界条件
1	在 z 向边界面有微小单位变形 $\Delta\mu_z$, y 和 x 向边界面的位移和 ΔT 为零
2	在 y 向边界面有微小单位变形 $\Delta\mu_y$, y 和 z 向边界面的位移和 ΔT 为零
3	x, y 和 z 向边界面的位移为零, ΔT 为微小单位值
4	$x - y$ 平面内有微小单位剪切变形 γ_{xy} , 其他两个面剪切变形和 ΔT 为零
5	$y - z$ 平面内有微小单位剪切变形 γ_{yz} , 其他两个面剪切变形和 ΔT 为零
6	$x - z$ 平面内有微小单位剪切变形 γ_{xz} , 其他两个面剪切变形和 ΔT 为零

为便于划分网格并尽可能精确,在计算过程中采用了四面体单元 Solid72,并施加单向单位应变约束来表达单向受载情况,相应地求出有限元模型的应力场。本文对上述两种情况分别进行了有限元分析计算,计算结果列于表 2,同时并做出比较与分析。

表 2 各种情况下单胞的等效弹性常数的
计算结果与比较(保留小数点后两位有限数字)

		第一种情况	第二种情况	比 较
弹性模量 (GPa)	E_x	22.40	22.16	+ 0.24
	E_y	21.70	21.43	+ 0.27
	E_z	56.30	56.92	- 0.68
泊松比	ν_{xy}	0.34	0.32	+ 0.02
	ν_{yz}	0.27	0.28	- 0.01
	ν_{zx}	0.11	0.09	- 0.02
热膨胀系数 (%)	Alf_x	0.33	/	/
	Alf_y	0.34	/	/
	Alf_z	0.31	/	/

注: x, y 为垂直于纵场绕组的绕制方向, z 为沿纵场绕组的绕制方向。

另外,单胞的各种等效剪切模量的有限元计算结果,与利用工程力学经典公式 $G_{mn} = \frac{E_1}{2(1 + \nu_{mn})}$, ($m, n = x, y, z$, 且 $m \neq n$) 所获得的结果较为符合,误差在 5% 以内,故略去。

5 结 论

本文利用小参数展开的渐近均匀化方法对 HT-7U 纵场超导磁体进行了等效处理,并对纵场超导磁体中缠有绝缘层的 CICC 导体的等效弹性性能做了有限元预测,从而预测出纵场超导磁体的宏观等效材料常数,克服了按照传统的复合律方法计算

其等效弹性模量带来的缺陷。但由于 CICC 导体内部的带有空隙的四级绞缆的结构型式较为复杂,使其内部的材质具有高度的不均匀性和不确定性,这给预测材料的等效弹性模量带来了很大障碍,对于这种情况的准确模拟仍需要更进一步地深入研究。同时,在体积上进行应力平均方法是否作加权平均也将直接影响预测弹性常数值精确性。总之,这种方法还有待于进一步的实验论证。

致谢:作者感谢俄罗斯叶夫列莫夫电物理装置研究所的 Anatoly Panin 教授对本文所给予的指导。

参 考 文 献

- 1 A. I. Borovkov, A. Panin, etc. Finite Element Analysis of Effective Mechanical and Thermal Characteristics of Micro Heterogenous Super-conducting Toroidal Field Coils[J], IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, No. 1(1992): 927~930
- 2 M. Kaminski, B. A. Schrefler. Probabilistic Effective Characteristics of Cables for Superconducting Coils[J], Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 188(2000): 1~16
- 3 B. Hassani, E. Hinton, A Review of Homogenization and Topology Optimization I-homogenization Theory for Media with Periodic Structure[J], Computers and Structures. 69(1998). 707~717
- 4 曹礼群、崔俊芝. 复合材料拟周期结构的均匀化方法[J]. 计算力学: 第 21 卷第 1 期. (1999): 331~344
- 5 B. Hassani, E. Hinton, A Review of Homogenization and Topology Optimization II-analytical and Numerical Solution of Homogenization Equations[J], Computers and Structures. 69(1998). 719~738