

① 21-24

第18卷 第4期  
1998年 12月核聚变与等离子体物理  
Nuclear Fusion and Plasma PhysicsVol. 18, No. 4  
Dec. 1998负磁剪切位形中等离子体气球模稳定性研究<sup>①</sup>

徐强 吴斌 刘丽丽 陈俊本

(中国科学院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

TL612.2

~~TL612.2~~

根据 MHD 气球模稳定性理论, 计算了负磁剪切位形中等离子体气球边缘稳定性区域。结果表明, 在同样参数下, 负磁剪切区域比正磁剪切区域允许更大的  $\beta$  值。

关键词 负磁剪切 气球模

等离子体 稳定性 聚变

## 1 引言

稳态的先进托卡马克运行模式的研究, 是国际聚变研究的新概念和新课题。先进运行模式的含义是获得高  $\beta_N$ 、高约束性能和高自举电流份额。提高规范化  $\beta_N$  值、改善约束、增大聚变产额、减小反应堆规模与造价, 对未来聚变堆建造具有重大意义。最近托卡马克实验和理论分析表明<sup>[1-4]</sup>, 负磁剪切(反磁剪切)位形可以大大改善等离子体约束、提高  $\beta_N$  值和增大自举电流份额。因此, 负磁剪切位形的研究、理论分析和计算引起人们很大兴趣。

根据 MHD 气球模稳定性理论<sup>[5,6]</sup>, 在一定的模型下, 本文数值求解了气球模边缘稳定的本征函数和正负磁剪切稳定性区域。结果表明, 负磁剪切位形中等离子体具有较大的稳定区和允许较高的  $\beta$  值。

## 2 负磁剪切位形和气球模稳定性

## 2.1 负磁剪切位形

为了讨论方便, 我们首先介绍一典型负磁剪切位形中电流密度和安全因子  $q$  的分布特征。在文献[4]中, 作者使用 ACCOM 程序, 通过控制电流密度分布, 获得了圆截面等离子体中典型电流密度分布和安全因子  $q$  的分布, 如图 1 所示。图 1a 中 FW、LH、BS 和 TOT 分别为快波驱动、低杂波驱动、自举电流和总电流密度分布曲线; 图 1b 为安全因子  $q$  的分布曲线。很明显, 为了避免 MHD 模数  $m/n = 1/1, 3/2$  和  $2/1$  的不稳定模共振面, 要求  $q$  的分布极小值  $q_{\min}$  大于 2, 等离子体中心大部分出现负磁剪切, 外部出现正磁剪切。下面, 针对这类负磁剪切位形, 我们进行气球模稳定性计算。

## 2.2 气球模稳定性计算

根据文献[5,6]的理想 MHD 气球模稳定性理论, 在传统托卡马克中, 圆截面等离子体气球模边缘稳定性方程为:

$$\frac{d}{d\eta} [1 + (s\eta - a\sin\eta)^2] \frac{dF}{d\eta} + \alpha [\cos\eta + \sin\eta(s\eta - a\sin\eta)] F = 0 \quad (1)$$

① 国家自然科学基金 y196885008 资助

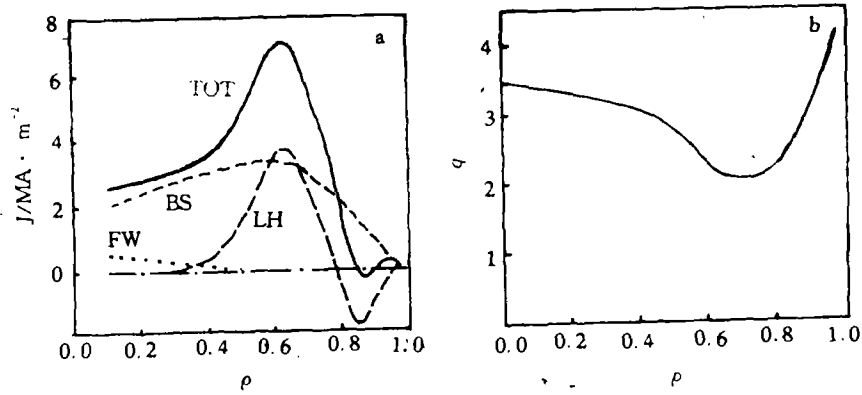


图 1 电流密度剖面和安全因子  $q$  的剖面

其中剪切  $s = (\frac{r}{q})(\frac{dq}{dr})$ ,  $\alpha = - (2\mu_0 R q^2 / B^2) \frac{dp}{dr}$ 。为了讨论方便, 取  $\frac{dp}{dr} \approx - \frac{p}{L_p}$ , 那么  $\alpha \approx \beta q^2 R / L_p$ , 其中  $\beta$  为比压值,  $L_p$  为压强梯度特征长度, 其它都是一般意义的物理量。

数值解方程(1), 在  $(s, \alpha)$  空间中给出稳定性边界区域。对于边缘稳定性情况,  $\eta \rightarrow \pm \infty$  时其解为零, 但不会出现另外的零点; 对于不稳定的情况, 在有限的  $\eta$  值时出现零点。稳定性方程(1)是二阶线性齐次微分方程, 数值结果如图 2、3 所示。

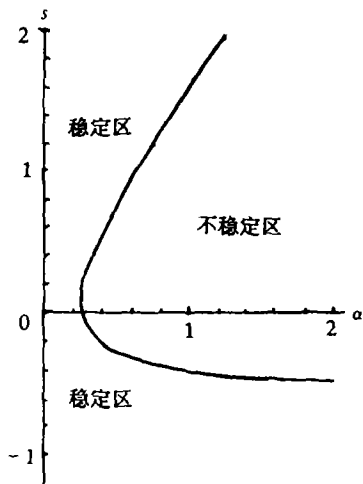


图 2 气球模稳定性区域

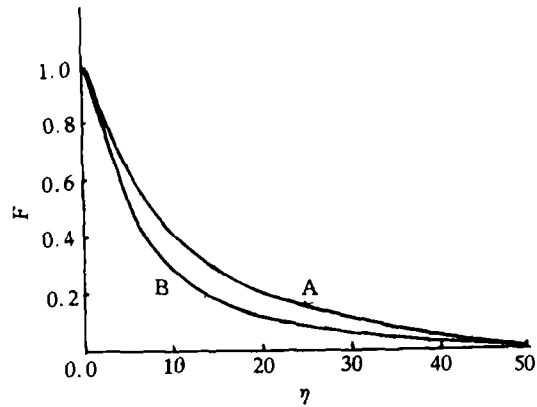


图 3 边缘稳定的本征函数

A —  $s = 0.5, \alpha = 0.4$ ; B —  $s = -0.3, \alpha = 0.5$ 。

图 2 是气球模边缘稳定性曲线, 它包含了正磁剪切和负磁剪切两种情况, 也就是说在图 1

中所有等离子体的剖面在图 2 中都可以找到对应的一点。在正磁剪切区域的稳定性边界与文献[5,7]计算结果一致。从图 2 中看出,正磁剪切与负磁剪切稳定区是不对称的,负磁剪切比正磁剪切稳定区大很多。如果在  $\alpha$  式中的参数  $q^2 R/L_0$  近似相同的话,那么负磁剪切比正磁剪切稳定性所允许的  $\beta$  值是不同的。在剪切值不大的情况(如在  $\pm 0.2$ — $\pm 0.5$  之间)下,负磁剪切所允许的  $\beta$  值是正磁剪切的左右两倍。当负磁剪切  $s \leq -0.5$  时,气球模可允许更大的  $\beta$  值,也就是说负磁剪切位形可以在更大的  $\beta$  值下运行,而不会发生气球模不稳定性。

图 3 给出边缘稳定的本征函数  $F(\eta)$ , 曲线 A 对应于正磁剪切  $s = 0.5, \alpha = 0.4$ ; 曲线 B 对应于负磁剪切  $s = -0.3, \alpha = 0.5$ 。

### 3 数值方法的讨论

数值求解方程(1)是二阶线性齐次方程的边值问题,其自变量  $\eta$  在对称区间  $[-A, A], 0 < A \leq \infty$  变化。按边值问题求解方程(1),满足边界条件  $F(\pm A) = 0$  的解  $F(\eta) \equiv 0$  是无意义的。如果令  $F(\pm A) = \delta$  ( $\delta$  是个小量),所引起的误差较大,求解比较困难。因此,将边值问题化为初值问题求解比较方便。因为方程(1)的系数:

$$\begin{cases} a(\eta) = 1 + (s\eta - \alpha \sin \eta)^2 \\ b(\eta) = \alpha [\cos \eta + \sin \eta (s\eta - \alpha \sin \eta)] \end{cases} \quad (2)$$

均是偶函数,所以可取初值:

$$F(0) = 1 \quad F'(0) = 0 \quad (3)$$

定义偶函数  $F_1(\eta) = F_1(-\eta), \eta \in (-\infty, +\infty)$ 。设  $F_1(\eta)$  在零点连续可微且导数连续,是方程(1)的一个特解。假如  $F_1(\eta)$  已知,可用降阶法求另一个线性无关的特解:

$$F_2(\eta) = F_1(\eta) \int_0^\eta \frac{dt}{a(t)F_1^2(t)} \quad (4)$$

$F_2(\eta)$  是方程(1)的奇对称解,它在零点有  $F_2(0) = 0, F_2'(0) = 1$ 。在区间  $(0, \infty)$  中  $F_2(\eta)$  与  $F_1(\eta)$  同号,而在区间  $(-\infty, 0)$  中  $F_2(\eta)$  与  $F_1(\eta)$  反号。方程(1)的通解  $F(\eta) = C_1 F_1(\eta) + C_2 F_2(\eta)$ 。

在稳定性求解中若对应某一组参数  $\alpha_0, s_0$ , 求出  $F_1(\eta), \eta \in [-A, A]$  的数值解  $F_1(\eta_0) \geq 0$ , 则  $\alpha_0, s_0$  在稳定区域内。假如存在一个  $\eta_0 \in [-A, A]$  使  $F_1(\eta_0) < 0$ , 则  $\alpha_0, s_0$  不在稳定区域内。因为方程(1)任一解可表示为  $F(\eta) = C_1 F_1(\eta) + C_2 F_2(\eta)$ , 根据初值条件  $F(0) \geq 0$ , 显然有  $C_1 > 0$ 。当  $C_2 \geq 0$  时,  $C_2 F_2(\eta_0) \leq 0, C_2 F_2(-\eta_0) \geq 0$ , 故得  $F(\eta_0) = C_1 F_1(\eta_0) + C_2 F_2(\eta_0) < 0$ 。同样,当  $C_2 < 0$  时求得  $F(-\eta_0) = C_1 F_1(-\eta_0) + C_2 F_2(-\eta_0) < 0$ 。所以,如果方程(1)的解  $F_1(\eta)$  在某点  $\eta_0 \in [-A, A]$  小于零,则任何解均不能在  $(-A, A)$  中处处大于或等于零。因此,方程(1)的解  $F_1(\eta)$  在确定稳定区域时具有重要意义。

总之,数值求解方程(1)的边值问题,可以采用初值式(3),用龙格-库塔方法求解。

### 4 小结和讨论

上述负磁剪切位形的稳定性计算和分析表明,通过控制电流密度分布,如图 1a、b 所示,使安全因子  $q$  的分布既可以满足 MHD 扭曲模和双撕裂模稳定性要求,又可大大改善气球模不稳

定性。由于负磁剪切的存在,将允许托卡马克在较高  $\beta$  值下稳定运行。

本文的计算结果,在正剪切区域的结果与文献[5,7]是一致的,但是与文献[6]的计算结果有所不同,他们在计算中得到了第二稳定区。我们认为,第二稳定区必须在较大变形截面和较高  $\beta$  值下作更精细的分析和计算才能得到。负磁剪切位形的稳定性、约束和自举电流份额的进一步研究将在另文中详细讨论。

感谢朱思铮同志对本工作有益的讨论和帮助。

### 参考文献

- 1 Kessel C, Manickam J, Rewoldt G, et al. Improved Plasma Performance in Tokamaks with Negative Magnetic Shear. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, 72(8):1212.
- 2 Levinton F M, Zarnstorff M C, Batha S H, et al. Improved Confinement with Reversed Magnetic Shear in TFTR. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, 75(24):4417.
- 3 Strait E J, Lao L L, Mauel M E, et al. Enhanced Confinement and Stability in DIII-D Discharges with Reversed Magnetic Shear. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, 75(24):4421.
- 4 Bonoli P T, Porkolab M, Ramos J J, et al. Negative Magnetic Shear Modes of Operation in the Alcator C-Mod Tokamak near the Beta Limit. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 1997, 39(2):223.
- 5 Connor J W, Hastie R J, Taylor J B. Shear, Periodicity and Plasma Ballooning Modes. *Phys. Rev. Lett.*, 1978, 40(6):396.
- 6 John Wesson. *Tokamaks*. Oxford Clarendon Press, 1987. 156.
- 7 Nishkawa K, Wakatani M. *Plasma Physics*. Berlin Springer-Verlag, 1990. 221.

(编辑部 1997 年 7 月 15 日收稿)  
(1998 年 4 月 17 日收到修改稿)

## STUDY OF PLASMA BALLOONING MODE STABILITY IN NEGATIVE MAGNETIC SHEAR CONFIGURATION

XU Qiang WU Bin LIU Lili CHEN Junben

(Institute of Plasma Physics, Academia Sinica, Hefei 230031)

### ABSTRACT

Based on MHD ballooning mode stability theory, marginal stability regions of the plasma ballooning mode in negative magnetic shear configuration are calculated in this paper. The results show that the negative magnetic shear region permits larger  $\beta$  value than positive region under the same parameters.

**Key words** Negative magnetic shear Ballooning mode