

## 激光雷达高精度跟踪运动目标的方法研究

张玉钧, 刘文清, 张新家, 郑朝晖,  
蒋舸扬, 宋炳超, 周斌, 王锋平

(中国科学院安徽光学精密机械研究所, 合肥 230031)

**摘 要** 本文论述了卡尔曼滤波估值理论在激光雷达跟踪系统中的应用方法, 首先建立目标和激光雷达测量值的数学模型; 然后讨论了跟踪数学模型线性变换方法以及对滤波器精度的影响; 在此基础上, 提出了激光雷达跟踪运动目标时高精度的跟踪方法。

**关键词** 激光雷达; 卡尔曼滤波; 目标跟踪

**中图分类号**: P407.5, P412.25      **文献标识码**: A

## 1 概 述

目标跟踪系统是激光跟踪测距雷达和激光成像制导雷达的重要组成部分。在激光跟踪测距雷达中, 通常采用的是利用四象限探测器检测目标位置相对于跟踪轴的偏差, 并输出与偏差成比例的误差信号, 经后续电路变换处理产生控制跟踪机械的信号, 使跟踪轴对准目标, 完成目标的跟踪功能。同样, 在激光成像制导雷达中, 通过对获得的目标图像信息处理, 可以得到目标状态参量的测量值, 目标状态参量包括所处的空间位置、运动速度、加速度, 以及目标的形状及灰度分布等, 根据一定的跟踪原则得到控制信号, 驱动跟踪机构使跟踪轴对准目标。这样的结构存在以下两方面的问题: 一是由于受到各种干扰的影响, 激光雷达测量所得到的目标状态参量的测量值与目标的真实状态往往不尽相同; 二是跟踪系统存在动态滞后误差, 从原理上讲, 由于驱动随动系统的控制电压是依靠误差产生的, 要持续地对目标进行跟踪, 误差就不可能为零, 也就是在跟踪时是不可能将目标精确地保持在光轴所指的方向上。因此要做到既减少动态滞后误差又抑制随机误差, 就成为提高激光雷达目标跟踪系统的一个重要课题。在目标跟踪系统中引入数据滤波处理, 可以比较好地解决动态滞后误差和干扰误差同时减小的问题, 但是由于空间运动目标状态线性模型是建立在直角坐标系下, 而激光雷达对目标状态的测量是在球坐标系下, 两种坐标之间是非线性变换关系, 不能直接利用线性动态系统估值的卡尔曼滤波器。

本文的目的在于研究如何对激光雷达目标跟踪的数学模型进行适当变换, 使卡尔曼滤波器能够应用到具有非线性测量值的激光雷达跟踪系统中, 使系统工作更可靠, 估值误差更小。

2 激光雷达跟踪目标的数学模型<sup>[1]</sup>

为了说明问题方便起见, 本文以对空间飞行目标的位置和速度进行滤波估计为例进行讨论。目标运动方程在直角坐标系中可以用线性状态方程来描述:

$$s_{k+1} = \Phi_k s_k + G_k v_k \quad (1)$$

式中  $s_k$  是目标运动状态矢量:

$$s_k = [x_k \quad \dot{x}_k \quad y_k \quad \dot{y}_k]^T \quad (2)$$

输入扰动为  $v_k = [a_x \quad a_y]^T$  的高斯随机过程, 其均值和协方差矩阵为:

$$E[a_x] = E[a_y] = 0, \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma_{a_x}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{a_y}^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

状态转移矩阵  $\Phi_k$  和噪声增益矩阵  $G_k$  分别为:

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式中  $T$  为雷达测量周期。从式 (4) 可以看出, 状态转移矩阵和噪声增益矩阵与时间无关, 即目标运动模型是时间不变的。

激光雷达对目标的观测使用的是球面坐标中的斜距、方位角及高低角。观测值矩阵为 (以二维平面为例):

$$\begin{bmatrix} r_{z,k+1} \\ \beta_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{k+1} \\ \beta_{k+1} \end{bmatrix} + \mathbf{w}_{k+1}. \quad (5)$$

式中  $r_{z,k+1}$  表示距离测量值,  $\beta_{z,k+1}$  表示高低角测量值,  $r_{k+1}$  表示目标的实际距离,  $\beta_{k+1}$  表示目标的实际高低角,  $\mathbf{w}_{k+1}$  是均值为零, 协方差矩阵为  $R = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix}$  的白噪声;  $r_{k+1}$ 、 $\beta_{k+1}$  与目标状态变量  $x_{k+1}$ 、 $y_{k+1}$  之间的变换关系为:

$$r_{k+1} = \sqrt{x_{k+1}^2 + y_{k+1}^2}, \quad \beta_{k+1} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{y_{k+1}}{x_{k+1}}. \quad (6)$$

将 (6) 式代入 (5) 式中, 得到雷达观测值与目标状态之间的关系 (测量方程) 为:

$$\mathbf{z}_{k+1} = \begin{bmatrix} r_{z,k+1} \\ \beta_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_{k+1}^2 + y_{k+1}^2} \\ \operatorname{tg}^{-1} \frac{y_{k+1}}{x_{k+1}} \end{bmatrix} + \mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{h}_{k+1}(\mathbf{s}_{k+1}) + \mathbf{w}_{k+1}. \quad (7)$$

式中  $\mathbf{z}_{k+1}$  是激光雷达观测值矢量,  $\mathbf{h}_{k+1}(\mathbf{s}_{k+1}) = [\sqrt{x_{k+1}^2 + y_{k+1}^2}, \operatorname{tg}^{-1}(y_{k+1}/x_{k+1})]^T$  是目标状态矢量  $\mathbf{s}_k$  的非线性函数的矩阵。从 (1) 式和 (7) 式建立的激光雷达跟踪目标的目标模型方程和观测模型方程可以看出, 不能直接利用基本卡尔曼滤波器。问题的原因是由于空间运动目标的状态模型建立在直角坐标系下, 而激光雷达对目标状态的测量是在球坐标系下, 激光雷达对目标的测量值与目标的状态之间的函数  $\mathbf{h}_{k+1}(\mathbf{s}_{k+1})$  是非线性函数, 而在基本卡尔曼滤波器中要求目标的状态方程和测量方程都是目标状态的线性函数。

### 3 数学模型变换 [1~3]

卡尔曼滤波器是线性动态系统状态估计的一种常用方法。由于它具有递推性和参数与状态估计无关的特性, 因此, 广泛应用于解决线性动态系统状态估计的问题, 使线性动态系统的状态估计问题有了比较完善的解决方法。线性动态系统卡尔曼滤波器具有以下基本性质: 滤波器结构蕴含着模型的复本, 它是线性的, 因而易于实现; 所有变量和过程均为正态分布, 故其均值和协方差具有充分的统计特性; 该滤波器的参数和性能的计算均与状态估计无关, 即可脱机算出滤波器的参数和性能。

在第 2 节建立的激光雷达跟踪运动目标的数学模型, 在形式上可以应用类似于线性系统最佳卡尔曼滤波器的设计方法去推导非线性情况下的最佳滤波器, 然而, 由于要求具有待估参数的全概率分布, 一般不可能求得显式的解析解, 而只能得到近似的数值解, 这就要求处理器承担相当大的计算量和存储空间, 不便于实时地进行状态估计。因此, 在实际系统设计中, 一般宁可采用对复杂性和性能两者取折衷的准最佳方法, 尽可能应用从线性卡尔曼滤波器得出的概念和结构, 以简化运算。下面的讨论围绕如何对跟踪数学模型进行线性化, 以适应基本卡尔曼滤波器的要求展开。

### 3.1 观测方程变换法

球坐标下的观测值应用下式可变换到直角坐标系下:

$$x_{z,k+1} = r_{z,k+1} \cos \beta_{z,k+1}, \quad y_{z,k+1} = r_{z,k+1} \sin \beta_{z,k+1}. \quad (8)$$

经过变换后, 噪声  $w_{k+1}$  对  $[x_{z,k+1} \ y_{z,k+1}]^T$  的作用已不是精确的相加关系, 然而, 至少当  $w_{k+1}$  的协方差比较小时, 应用式 (7) 和 (8), 系统的测量方程可表示为:

$$z_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{z,k+1} \\ y_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{z,k+1} \cos \beta_{z,k+1} \\ r_{z,k+1} \sin \beta_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta r_{k+1} \\ \Delta y_{k+1} \end{bmatrix} = H_{k+1} s_{k+1} + \begin{bmatrix} \Delta r_{k+1} \\ \Delta y_{k+1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

$$\text{式中 } H_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

为测量矩阵;  $\Delta r_{k+1}$  和  $\Delta y_{k+1}$  是等效的零均值误差项. 对式 (8) 两边求微分得到直角坐标系中的误差为:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_{k+1} \\ \Delta y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta r_{z,k+1} \cos \beta_{z,k+1} - r_{z,k+1} \sin \beta_{z,k+1} \Delta \beta_{z,k+1} \\ \Delta r_{z,k+1} \sin \beta_{z,k+1} + r_{z,k+1} \cos \beta_{z,k+1} \Delta \beta_{z,k+1} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其协方差矩阵为:

$$R_T = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \cos^2 \beta_{z,k+1} + r_{z,k+1}^2 \sigma_\beta^2 \sin^2 \beta_{z,k+1} & (\sigma_r^2 - r_{z,k+1}^2 \sigma_\beta^2) \sin \beta_{z,k+1} \cos \beta_{z,k+1} \\ (\sigma_r^2 - r_{z,k+1}^2 \sigma_\beta^2) \sin \beta_{z,k+1} \cos \beta_{z,k+1} & \sigma_r^2 \sin^2 \beta_{z,k+1} + r_{z,k+1}^2 \sigma_\beta^2 \cos^2 \beta_{z,k+1} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

因此, 经过变换后的直角坐标系中的目标观测误差是正态分布的, 互相相关的, 并且与目标位置有关. 这里把变换后的观测值看作正态分布是基于如下两个原因: 首先斜距  $r$  通常是瑞利分布,  $\beta$  是  $[0, 2\pi]$  间均匀分布; 其次, 经验证明, 观测值中的随机误差至少是近似正态分布, 但  $x, y$  之间是相关的.

经过这种变换后的滤波方程结构是在基本卡尔曼滤波器的基础上增加一个非线性处理器式 (8), 并用  $R_T$  代替原方程中的  $R$ . 由此可以看出, 这时的滤波器的所有参数是随目标位置的不同而变化的, 因此不能脱机计算卡尔曼增益, 但是仍保留了递推的特性. 另外, 由于  $R_T$  中  $x$  和  $y$  之间是相关的, 使得不能将滤波过程分成两个独立的坐标进行, 因此, 其计算量是比较大的<sup>[4]</sup>. 这种方法虽然是近似的, 但却是避免非线性滤波的唯一方法.

### 3.2 运动方程线性化

运动方程线性化方法的实质是把  $[r, \dot{r}, \beta, \dot{\beta}]^T$  作为状态, 问题的关键是如何用线性化方程来描述状态的变化过程.

由式 (6), 把  $r_{k+1}, \beta_{k+1}$  分别以  $r_k, \beta_k$  为原点作开泰勒级数展开, 并取一次项近似, 得:

$$r_{k+1} = r_k + \frac{\partial r}{\partial x} \Big|_k (x_{k+1} - x_k) + \frac{\partial r}{\partial y} \Big|_k (y_{k+1} - y_k), \quad \beta_{k+1} = \beta_k + \frac{\partial \beta}{\partial x} \Big|_k (x_{k+1} - x_k) + \frac{\partial \beta}{\partial y} \Big|_k (y_{k+1} - y_k). \quad (13)$$

$$\text{式中: } x_{k+1} - x_k = \dot{x}_k T + a_{x,k} \frac{T^2}{2}, \quad y_{k+1} - y_k = \dot{y}_k T + a_{y,k} \frac{T^2}{2}. \quad (14)$$

上式从式 (1) 得到. 将 (14) 式及  $\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial r}{\partial y}, \frac{\partial \beta}{\partial x}, \frac{\partial \beta}{\partial y}$  代入 (13) 式得目标状态变化方程:

$$\begin{bmatrix} r_{k+1} \\ \dot{r}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_k \\ \dot{r}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} \cos \beta_k & \frac{T^2}{2} \sin \beta_k \\ T \cos \beta_k & T \sin \beta_k \end{bmatrix} v_k, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{k+1} \\ \dot{\beta}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{k+1} \\ \dot{\beta}_{k+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{T^2 \sin \beta_k}{2r_k} & \frac{T^2 \cos \beta_k}{2r_k} \\ -\frac{T \sin \beta_k}{r_k} & \frac{T \cos \beta_k}{r_k} \end{bmatrix} v_k. \quad (16)$$

$$\text{观测方程为: } \begin{bmatrix} r_{z,k+1} \\ \beta_{z,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{k+1} \\ \dot{r}_{k+1} \\ \beta_{k+1} \\ \dot{\beta}_{k+1} \end{bmatrix} + w_{k+1}. \quad (17)$$

式中  $v_k$  和  $w_k$  是均值为零, 协方差矩阵为  $Q$  和  $R$  的运动噪声和观测噪声, 由式 (15)、(16)、(17) 可以看出, 这种方法可以把滤波方程分成两部分分别处理, 计算量显著降低, 比起基本卡尔曼滤波器, 只是在结构上多了预测值的坐标变换及运动噪声协方差矩阵的计算, 但仍存在参数随目标位置变化和不能脱机计算卡尔曼增益  $K$  的缺点, 并且这种线性化在采样间隔  $T$  较小时成立, 因而对机动性较大的目标, 这种近似带来较大的误差, 甚至会使滤波器发散.

### 3.3 观测方程线性化<sup>[4,5]</sup>

把观测方程在预测估值点展开成泰勒级数表示, 并取一次项近似, 式 (7) 目标测量方程可写成:

$$z_{k+1} = h_{k+1}(s_{k+1}) + w_{k+1} = h_{k+1}(\hat{s}_{k+1/k} + \tilde{s}_{k+1/k}) + w_{k+1}, \quad (18)$$

式中  $\hat{s}_{k+1/k}$  是目标状态的一次预测值,  $\tilde{s}_{k+1/k}$  是预测值  $\hat{s}_{k+1/k}$  的误差, 当  $\tilde{s}_{k+1/k} \ll \hat{s}_{k+1/k}$  (滤波正常工作时, 均满足这个条件) 时, 函数  $h_{k+1}(\hat{s}_{k+1/k} + \tilde{s}_{k+1/k})$  在预测值  $\hat{s}_{k+1/k}$  处作泰勒展开:

$$z_{k+1} = h_{k+1}(\hat{s}_{k+1/k}) + \left. \frac{\partial h}{\partial s} \right|_{\hat{s}_{k+1/k}} \tilde{s}_{k+1/k} + w_{k+1}. \quad (19)$$

$$\text{残差: } \tilde{z}_{k+1} = z_{k+1} - \hat{z}_{k+1/k} = \left. \frac{\partial h}{\partial s} \right|_{\hat{s}_{k+1/k}} \tilde{s}_{k+1/k} + w_{k+1}, \quad (20)$$

式中  $\hat{z}_{k+1/k} = h_{k+1}(\hat{s}_{k+1/k})$ . 定义  $H_{k+1} = \left. \frac{\partial h}{\partial s} \right|_{\hat{s}_{k+1/k}}$ , 利用式 (7) 中的函数关系  $h_{k+1}(s_{k+1}) = [\sqrt{x_{k+1}^2 + y_{k+1}^2}, \text{tg}^{-1}(y_{k+1}/x_{k+1})]^T$  得:

$$H_{k+1} = \begin{bmatrix} \cos \hat{\beta}_{k+1/k} & 0 & \sin \hat{\beta}_{k+1/k} & 0 \\ -\frac{\sin \hat{\beta}_{k+1/k}}{\hat{r}_{k+1/k}} & 0 & \frac{\cos \hat{\beta}_{k+1/k}}{\hat{r}_{k+1/k}} & 0 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

$$\text{则式 (20) 可写成: } \tilde{z}_{k+1} = H_{k+1} s_{k+1} + w_{k+1} - H_{k+1} \hat{s}_{k+1/k}. \quad (22)$$

上式表明, 可以把球面坐标系中的残差看作为直角坐标系中的状态矢量的测量值与预测值之间的残差关系式, 在卡尔曼方程中的测量矩阵用  $H_{k+1}$  即可.

线性化后的滤波方程与基本卡尔曼滤波方程之间的差异是观测系数矩阵随目标的位置改变而变化, 因此, 系统的所有参数均是随机变化, 无法脱机计算  $K$ . 另外, 从 (22) 式可以看出, 不能把滤波方程分成两个相互独立的滤波器.

## 4 改进的观测值线性化方法

### 4.1 观测方程线性化的性能

为简便矩阵公式推导, 以下设状态变量矩阵  $s = [x, y]^T$ , 及不考虑速度状态, 在观测值只有位置测量值时, 这样处理不影响结果, 由基本卡尔曼滤波和式 (22) 可得状态滤波值  $\hat{s}_{k/k}$  为:

$$\hat{s}_{k/k} = \hat{s}_{k/k-1} + \hat{P}_{k/k} H_k^T R^{-1} \begin{bmatrix} r_{z,k} - \hat{r}_{k/k-1} \\ \beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

式中  $\hat{P}_{k/k}$  是滤波值的协方差矩阵:

$$\hat{P}_{k/k}^{-1} = \hat{P}_{k-1/k}^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_k, \quad (24)$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \cos \hat{\beta}_{k/k-1} & \sin \hat{\beta}_{k/k-1} \\ -\sin \hat{\beta}_{k/k-1} / \hat{r}_{k/k-1} & \cos \hat{\beta}_{k/k-1} / \hat{r}_{k/k-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

将式 (25) 代入式 (23) 中, 得状态滤波值  $\hat{\mathbf{s}}_{k/k}$  为:

$$\hat{\mathbf{s}}_{k/k} = \hat{\mathbf{s}}_{k/k-1} + \hat{P}_{k/k} \begin{bmatrix} \cos \hat{\beta}_{k/k-1} \\ \sin \hat{\beta}_{k/k-1} \end{bmatrix} \left[ \frac{(r_{z,k} - \hat{r}_{k/k-1})}{\sigma_r^2} \right] + \hat{P}_{k/k} \begin{bmatrix} -\sin \hat{\beta}_{k/k-1} \\ \cos \hat{\beta}_{k/k-1} \end{bmatrix} \left[ \frac{(\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1})}{\hat{r}_{k/k-1} \sigma_\beta^2} \right]. \quad (26)$$

根据式 (24), 如果  $P_{k/k-1}^{-1}$  与  $\mathbf{R}^{-1}$  相比可忽略不计, 则有

$$\hat{P}_{k/k} \approx \mathbf{H}_k^{-1} \mathbf{R} \mathbf{H}_k^{T-1}. \quad (27)$$

因此 (26) 式可写成:

$$\hat{\mathbf{s}}_{k/k} = \hat{\mathbf{s}}_{k/k-1} + \begin{bmatrix} \cos \hat{\beta}_{k/k-1} \\ \sin \hat{\beta}_{k/k-1} \end{bmatrix} (r_{z,k} - \hat{r}_{k/k-1}) + \begin{bmatrix} -\sin \hat{\beta}_{k/k-1} \\ \cos \hat{\beta}_{k/k-1} \end{bmatrix} \hat{r}_{k/k-1} (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}). \quad (28)$$

由此得到线性化误差为:

$$\hat{r}_{k/k} - r_{z,k} = \sqrt{r_{z,k}^2 + \hat{r}_{k/k-1}^2 (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1})^2} - r_{z,k} \approx r_{z,k} \sqrt{1 + (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1})^2} - r_{z,k}, \quad (29)$$

$$\hat{\beta}_{k/k} - \beta_{z,k} = \hat{\beta}_{k/k-1} - \beta_{z,k} + \text{tg}^{-1} \frac{\hat{r}_{k/k-1}}{r_{z,k}} (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}) \approx -(\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}) + \text{tg}^{-1} (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}). \quad (30)$$

由式 (29) 可以看出, 当目标位置较远时, 估值线性化误差将超过斜距观测标准差  $\sigma_r$ , 因此, 滤波方程将发散.

#### 4.2 改进的观测值线性化方法

由式 (28), 首先用高低角残差去更新预测估值, 得中间状态  $\hat{\mathbf{s}}_{1,k/k}$ :

$$\hat{\mathbf{s}}_{1,k/k} = \hat{\mathbf{s}}_{k/k-1} + \begin{bmatrix} -\sin \hat{\beta}_{k/k-1} \\ \cos \hat{\beta}_{k/k-1} \end{bmatrix} \hat{r}_{k/k-1} (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}). \quad (31)$$

对应的斜距估值和高低角的估值分别为:

$$r_{1,k/k} = \sqrt{r_{z,k}^2 + \hat{y}_{1,k/k}^2}, \quad \hat{\beta}_{1,k/k} = \text{tg}^{-1} \frac{\hat{y}_{1,k/k}}{\hat{x}_{1,k/k}}. \quad (32)$$

由线性化产生的估值误差为:

$$\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{1,k/k} = (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}) - \text{tg}^{-1} (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}) \approx 0,$$

$$r_{z,k} - r_{1,k/k} = r_{z,k} - \hat{r}_{k/k-1} [1 + (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1})^2]^{1/2} \approx r_{z,k} - r_{k/k-1} - \frac{1}{2} \hat{r}_{k/k-1} (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1})^2. \quad (33)$$

再用  $r_{z,k} - \hat{r}_{1,k/k}$  去更新  $\hat{\mathbf{s}}_{1,k/k}$ , 得到斜距和高低角的最终估值为:

$$\hat{\mathbf{s}}_{k/k} = \hat{\mathbf{s}}_{1,k/k} + \begin{bmatrix} \cos \hat{\beta}_{1,k/k} \\ \sin \hat{\beta}_{1,k/k} \end{bmatrix} (r_{z,k} - r_{1,k/k}). \quad (34)$$

对应的斜距估值和高低角的估值分别为:

$$\hat{r}_{k/k} = \sqrt{\hat{x}_{k/k}^2 + \hat{y}_{k/k}^2}, \quad \hat{\beta}_{k/k} = \text{tg}^{-1} \frac{\hat{y}_{k/k}}{\hat{x}_{k/k}}. \quad (35)$$

相应的由线性化引起的估值误差分别为:

$$r_{z,k} - r_{k/k} = 0, \quad \beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k} = (\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}) - \text{tg}^{-1}(\beta_{z,k} - \hat{\beta}_{k/k-1}) \approx 0. \quad (36)$$

从上面的讨论可以看出, 首先线性化高低角观测方程, 并应用 EKF 产生一个中间滤波估值  $\hat{s}_{1,k}$ , 然后再线性化斜距方程, 则总估值误差显著降低, 并且由于观测值模型线性化引起的滤波器发散的可能被彻底消除。

## 5 数值仿真结果

为检验线性化后的滤波结果, 对匀速直线运动的目标进行数值仿真, 目标的运动轨迹如图 1 所示, 以激光雷达为坐标原点, 目标以 400 m/s 速度作匀速直线运动, 航路捷径为 20 km。设  $x$  方向和  $y$  方向的扰动加速度均值为零, 标准差为  $1 \text{ m/s}^2$ ; 雷达对该目标轨迹的测量周期为 0.5 秒, 误差标准偏差  $\sigma_r=100 \text{ m}$ ,  $\sigma_\beta=3 \text{ mrad}$ 。仿真在  $x = -20 \text{ km}$  到  $x = 20 \text{ km}$  之间进行。图 2 给出了滤波误差曲线, 其中图 2(A) 和 2(B) 为观测方程线性化的滤波误差, 从曲线可以看出, 滤波估值误差和目标的距离有关。图 2(C) 和 2(D) 为改进后的滤波误差曲线, 从曲线可以看出, 滤波误差曲线变化较平稳, 证明了改进的线性化方法没有带来额外的误差, 该滤波算法是无偏的, 滤波器是收敛的。同时, 该方法与其它线性化方法相比, 计算量是相同的。

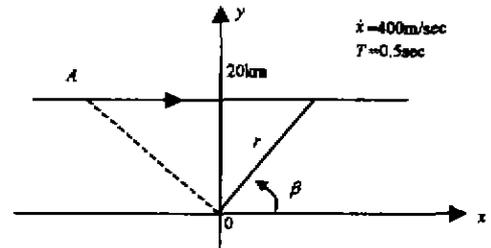


Fig.1 Target track of simulation

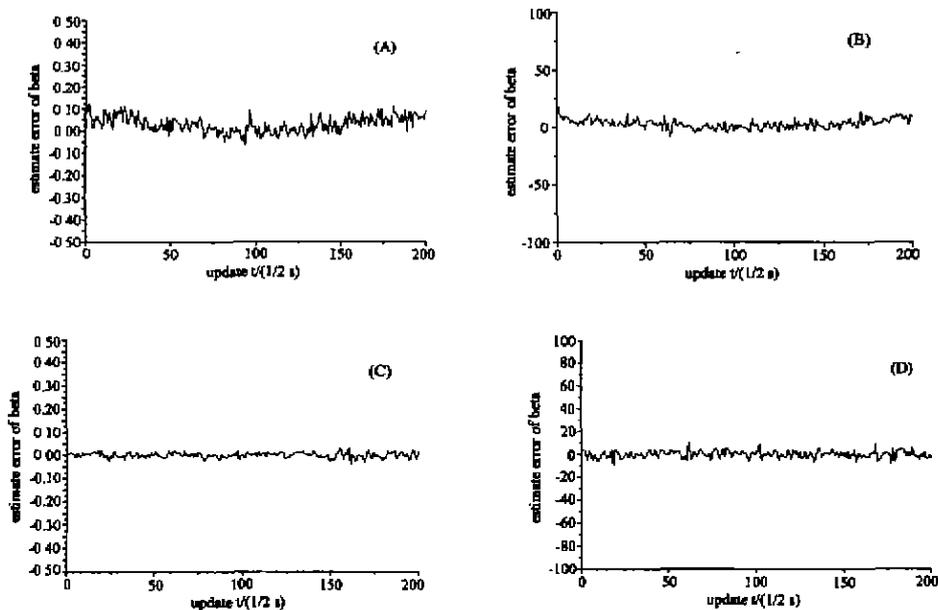


Fig.2 The curves of estimate error in numerical stimulation

## 6 跟踪系统中的应用结构 [6]

按照上述思想构成的目标跟踪系统原理结构如图 3 所示, 四象限探测器测量的目标回波经和差信号处理器处理后得到的和信号用来测量目标的距离, 差信号用来和角度码盘输出的光轴角数据合成产生目标相对于雷达的方位角和高低角测量数据, 距离测量值和角度测量值送入滤波估值处理单元, 应用上节讨论的方法, 首先利用方位预测值与测量值的差去更新目标的状态矢量, 然后再用高低预测值与测量值的差更新目标的状态矢量, 最后用斜距预测值与测量值的差更新目标的状态矢量, 至此完成对目标状态矢量的滤波 (估计), 滤波后的

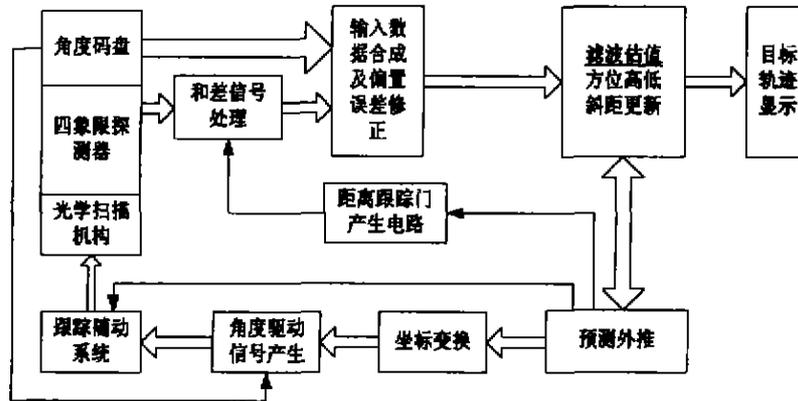


Fig.3 Schematic diagram of high accuracy tracking system in lidar

状态值精度要高于测量值和预测值。状态估计值一路送显示器更新目标的轨迹, 另一路馈入预测外推单元对目标的下一个出现的位置进行预测。距离预测值馈入距离跟踪门产生单元, 产生所需的距离选通信号, 此信号用于抑制测距通道的近距离后向散射和全程测距中进入到放大器的各种干扰, 提高测距系统抗干扰能力和工作可靠性; 目标位置预测值一方面通过坐标变换产生方位和高低角预测值, 馈入角度驱动信号产生单元与光学扫描机构的角度码盘输出的信号相比较, 产生随动系统的控制信号, 另一方面直接馈入随动系统, 构成开闭环复合控制系统, 使动态滞后误差大大减小甚至消除, 有利于机动目标的跟踪。这样构成的跟踪系统的另一个重要的优点是不会因偶尔干扰而丢失目标。目标丢失时, 利用预测值控制跟踪系统, 只要目标重新出现在视场内就可以立即重新捕获, 从而提高了目标跟踪的可靠性。

## 参 考 文 献

- 1 Farina A, Studer F A. *Radar Data Processing* [M]. Boston, London: Research Studies Press LTD, 1985.
- 2 Sage A P, Melsa J L. *Estimation Theory with Application to Communication and Control* [M]. New York: McGraw Hill, 1971.
- 3 Sorenson H W. Kalman filtering technique [J]. *Advances in Control System*, 1966, 13
- 4 Jerry M. Mendel. Computational requirements for a discrete kalman filter[J]. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1971, AC-16: 748~758
- 5 Birmiwal K, Bar shalom Y. On tracking a manoeuvring target in clutter [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1984, AES-20(5): 635~645
- 6 Xiong Guanhui. *Laser Radar* [M]. Space Navigation Press, 1994. 241~247

## Study on High Accuracy Tracking Target in Lidar

Zhang Yujun, Liu Wenqing, Zhang Xinjia, Zheng Zhaohui,  
Jiang Geyang, Song Binchao, Zhou Bin, Wang Fengping

( Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinics, Hefei 230031 )

**Abstract** The methods of applying Kalman filter theory to laser radar tracking system are developed. Radar measurement model and target dynamics models are described. The linearization methods of tracking target model and their influence upon the accuracy of filtering are analyzed. The technique of tracking target in laser radar is presented.

**Key words** laser radar; Kalman filter; target track