

## 声光双稳态系统混沌的周期扰动控制\*

张涛<sup>1</sup> 路巍<sup>2</sup>

(1 中国科学院安徽光学精密机械研究所三室, 合肥 230031)

(2 中国科学院合肥智能机械研究所, 合肥 230031)

**摘要** 声光双稳混沌系统的参量受到进行周期扰动, 在一定扰动强度下, 可实现对混沌的控制. 通过数值模拟, 证明该方法的有效性, 并计算了系统随扰动强度的状态演化和李雅普诺夫指数演化, 揭示了扰动强度与系统状态的关系. 在此基础上的实验研究, 实验证实了对声光双稳混沌系统进行参量扰动可以有效控制混沌.

**关键词** 声光双稳系统; 混沌控制; 周期扰动; 李雅普诺夫指数

**中图分类号** TN929 **文献标识码** A

## 0 引言

混沌控制的研究自 1990 年起得到广泛关注, 从首次实现控制混沌以来<sup>[1]</sup>, 大量的方法和实验报道相继出现<sup>[1-4]</sup>, 至今仍是人们比较感兴趣的研究领域之一. 声光双稳态是比较容易实现的光学混沌系统, 关于声光双稳混沌控制的研究得到一定的开展<sup>[5,6]</sup>, 以前曾研究过对声光双稳系统进行相位周期激励, 实现了对混沌的有效控制. 在此基础上本文提出对系统的分岔参量进行周期扰动, 以实现声光双稳系统混沌的控制.

## 1 理论描述

## 1.1 Bragg 型声光双稳系统

Bragg 型声光双稳系统, 在实验上有激光光源、光电接收器、放大器、声光调制器和延迟线路组成. 在理论上此系统可以由如下的方程描述<sup>[7]</sup>.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \pi \{ A - \mu \sin^2 [x(t - \tau_d) - x_b] \} / \tau_0 - x(t) / \tau_0 \quad (1)$$

式中  $x(t)$  是系统变量;  $\mu$  是于入射光强和放大倍数有关的量, 一般是作为系统的分岔参量;  $A$  是放大器

的偏压;  $x_b$  是声光调制器驱动源的偏压;  $\tau_0$  和  $\tau_d$  分别是系统响应时间和系统延迟时间. 在长延迟情况下, 即  $\tau_0 \ll \tau_d$ , 方程(1)可以近似写成如下的一维迭代形式

$$x(n+1) = \pi \{ A - \mu \sin^2 [x(n) - x_b] \} \quad (2)$$

## 1.2 声光双稳系统的参量扰动控制

通过对系统相位进行周期调制, 可以实现声光双稳系统混沌控制<sup>[5]</sup>. 本文提出对系统控制参量进行周期调制, 也同样可以达到对系统控制的结果. 具体形式如下

$$x(n+1) = \pi \{ A - [f \sin(\omega t + \varphi) + \mu] \cdot \sin^2 [x(n) - x_b] \} \quad (3)$$

式中  $f$  为外加信号的强度系数. 消除时间项, 式(3)可写成如下形式

$$x(n+1) = \pi \{ A - \{ f \sin [y(n)\omega + \varphi] + \mu \} \sin^2 [x(n) - x_b] \} \quad (4)$$

$$y(n+1) = y(n) + 1$$

系统的李雅普诺夫指数是系统混沌的定量描述, 由李雅普诺夫指数的定义<sup>[8]</sup>, 可以得到

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \log |J_i|_{x=x_0} \quad (5)$$

式中  $J$  为式(4)的雅可比行列式

$$J = \begin{vmatrix} -\pi \{ \mu + f \sin [y(n)\omega + \varphi] \} \sin^2 [x(n) - x_b] & -\pi f \omega \cos [y(n)\omega + \varphi] \sin^2 [x(n) - x_b] \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

代入式(5)就可以计算出系统的李雅普诺夫指数.

## 2 数值模拟

## 2.1 混沌的控制

通过对系统的数值模拟, 证明了对声光双稳

混沌系统的控制参量的周期扰动可以实现对混沌的控制. 由式(2)分别代入如下参量:  $A = 3.6$ ,  $u = 0.7$ ,  $x_b = 2.5$ , 初始值为 0.3, 可计算此时系统的李雅普诺夫指数为 0.36, 系统处于混沌态. 按照式(3)我们加入周期扰动, 选择适当的扰动强度系数  $f$ , 得到了对该系统的稳定控制, 如图 1 所示, 图 1 中的  $A$ ,  $B$  和  $C$  分别对应于混沌、周期 3、周期 8, 相应的扰

动强度系数  $f$  分别为: 0, 0.14, 0.3. 数值验证了对混沌的控制.

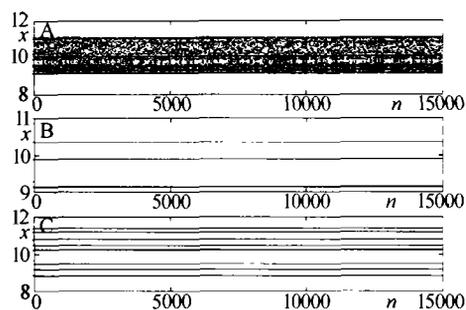


图1 声光双稳系统混沌控制时间序列图  
Fig. 1 Time evolution of acousto-optical bistable system chaos control

### 2.2 系统状态与周期扰动的关系

系统状态的变化与扰动强度系数  $f$  之间存在一定的关系, 为了深入研究系统状态与扰动强度的关系, 我们计算了系统李雅普诺夫指数随  $f$  增加的演化图和系统状态参量随  $f$  的演化图, 如图 2(a) 和图 2(b). 如图 2(a) 所示, 系统状态参量的演化显示了系统随着扰动强度的增大而经历多周期混沌的重复, 对系统的演化给予了定性的描述. 而图 2(b) 所示的系统李雅普诺夫指数的演化则从定量的角度对系统的演化给以描述. 图 2 显示, 在随着扰动强度系数的增加, 系统存在一些控制窗口,  $f$  选取这些值的时候就可以实现对混沌的控制, 从图 2(a) 中, 我们还可以得知系统将被控制到什么状态.

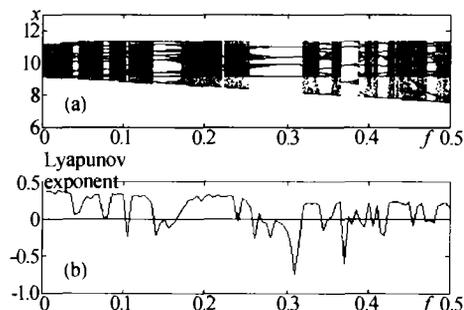


图2 系统随扰动强度系数  $f$  的分岔图  
Fig. 2 System state of acousto-optical bistable system via disturbance intensity  $f$

## 3 混沌控制的影响因素

### 3.1 周期扰动信号频率对混沌系统控制的影响

首先看周期扰动信号的频率对系统控制的影响, 如图 3, 图 3 中(a), (b), (c), (d) 分别对应周期频率为  $\pi/2, \pi/3, \pi/4, \pi/5$  时候系统李雅普诺夫指数随扰动强度增大的演化. 显然, 扰动信号的周期对混沌控制的影响不存在什么明显的规律, 系统的演化依然是混沌和多周期相间进行, 只是不同的频率改变了控制窗口的位置和数量.

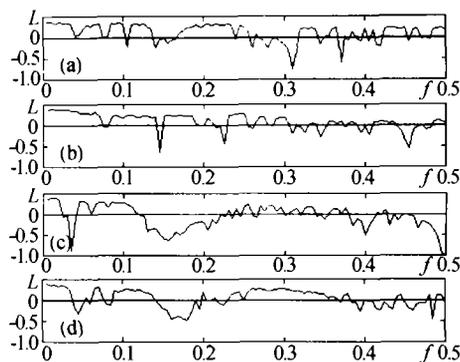


图3 噪声对混沌控制的影响  
Fig. 3 The frequency effect to chaos control

### 3.2 干扰对混沌控制的影响

声光双稳混沌系统的干扰来自系统参量的不稳定性, 系统内部的电子噪声以及微扰的周期信号的不稳定性. 我们模拟了白噪声对系统控制的影响, 图 4(a) 和图 4(b) 分别是系统状态参量和系统李雅普诺夫指数在噪声强度增加时的变化. 随着噪声强度的加大, 可以看出, 系统逐渐由稳定的周期轨道发散, 直到最后系统重归于混沌, 相应于李雅普诺夫指数则从负到正.

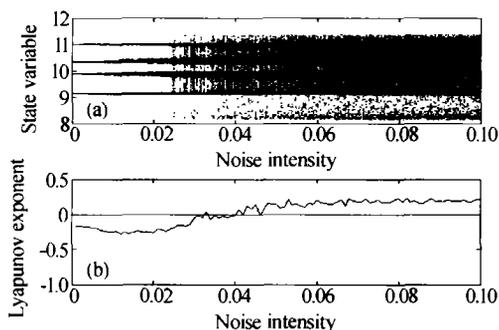


图4 声光双稳系统状态和李雅普诺夫指数随噪声幅度的演化  
Fig. 4 The evolution of system states and Lyapunov exponent via the intensity of noise

## 4 混沌控制的实验研究

### 4.1 实验系统结构

声光双稳混沌系统参量周期扰动控制的实验组成如图 5, 激光发射的光束先经过声光调制器 1, 进行周期调制, 以实现声光双稳系统输入光强的调制, 其作用就是将周期信号加入控制参量  $\mu$ . 调制后具周期波动的光束, 再经过声光调制器 2 调制, 由光

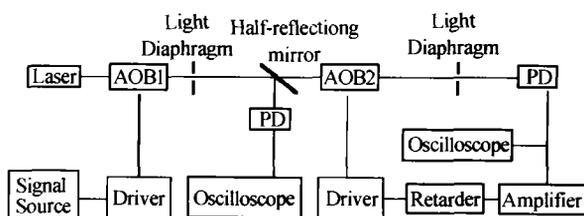


图5 实验结构框图  
Fig. 5 Block diagram of experiment

电探测器转化为电信号,经放大器放大,延迟器时间延迟,最后送入声光调制器2的驱动源,构成声光双稳混沌系统。

#### 4.2 实验内容

1)先对声光调制器1不加周期信号,调整放大器放大倍数及声光调制器2的偏置电压,使系统处于混沌态,具体见图6。

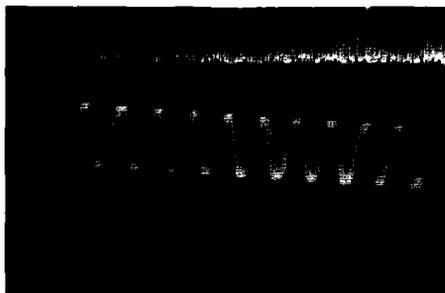


图6 声光双稳系统混沌输出

Fig.6 Output of acousto-optical bistable system chaos

2)打开周期信号源,信号源产生的周期扰动信号如图7。



图7 扰动周期信号

Fig.7 Input disturbing periodic signal

3)调整扰动信号的强度及频率,达到一定值时,混沌系统输出如图8,整个系统从混沌态变成周



图8 声光双稳系统混沌的控制

Fig.8 Acousto-optical bistable system chaos control

期态。关闭声光调制器2,即切断声光双稳系统回路,则输出仅有图8中的小周期信号,证明图中大周期信号为混沌信号受控所致。

4)关闭声光调制器1,不对输入光进行调制,则系统重新回归混沌状态,说明通过对入射光的小周期调制实现了对混沌的控制。

## 5 结论

本文从理论和实验上研究了周期参量扰动方法对声光双稳态系统混沌的控制,只要适当选择扰动信号的频率和强度,就可以对混沌系统进行稳定的控制,这将对声光混沌在保密通信的应用有重要意义。

### 参考文献

- Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. *Phys Rev Lett*, 1990, **64**(11):1196 ~ 1199
- Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Phys Rev Lett*, 1992, **170**(6):421 ~ 427
- Liu Renhong, Tan Weihai. Nonlinear control of chaos. *Chin Phys Lett*, 1998, **15**(4):249 ~ 251
- Hunt E R. Stabilizing high-period orbits in a chaotic system: The diode resonator. *Phys Rev Lett*, 1991, **67**(15):1953 ~ 1960
- 张涛, 刘玉怀, 高闽光, 等. 声光双稳态系统活动的外周期激励控制, 光子学报, 2000, **29**(3):231 ~ 235  
Zhang T, Liu Y H, Gao M G, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(3):231 ~ 235
- 刘玉怀, 王芳, 路铁群. 并联驱动声光声光双稳模型的超混沌控制. 激光杂志, 1999, **20**(4):53 ~ 55  
Liu Y H, Wang F, Lu Y Q. *J of Laser*, 1999, **20**(4):53 ~ 55
- 高锦岳, 郑值仁. Bragg型声光双稳系统的稳定性分析及调制效应. 压电与声光, 1989, **11**(3):25 ~ 30  
Gao J Y, Zheng Z R. *Piezoelectricity and Acousto-optics*, 1989, **11**(3):25 ~ 30
- 郝柏林. 从抛物线谈起-混沌动力学引论. 上海:上海科技出版社  
Hao B L. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press

## Acousto-Optical Bistable System Chaos Control via Periodic Signal Disturb Parameter

Zhang Tao<sup>1</sup>, Lu Wei<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Hefei 230031*

<sup>2</sup> *Hefei Institute of Intelligent Machines Academia Sinica, Hefei 230031*

Received date: 2003-05-21

**Abstract** In this paper, the ideal that acousto-optical bistable system chaos should be controlled by the parameter disturbed with a periodical signal was supported, and it was proved by numerical simulation. The relationship between the system states and intensity of disturbance was also computed. A result of the experiment was given at last. It proves in experimental that in proper disturbing intensity, this ideal can control the acousto-optical bistable system chaos.

**Keywords** Acousto-optical bistable system; Chaos control; Periodical disturbance; Lyapunov exponent



**Zhang Tao** was born in 1975. Graduated from Anhui University in 1997, and got his B. S degree from Department of Physics, got his M. S degree in Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics Academia Sinica, and now is working for his Ph. D. degree at the same place. His primary research areas are Chaos Dynamics and Laser Communication.