

湍流大气中的准直激光束:
分形结构与相位不连续点

饶瑞中

(中国科学院 安徽光学精密机械研究所 大气光学研究室, 安徽 合肥 230031)

摘 要: 利用数值方法研究了不同起伏条件下准直激光束在湍流大气中的传播, 分析了光斑的分形维数以及相位不连续点数的统计特征。结果表明, 随着起伏条件的增大, 光斑的分形维数以及相位不连续点数目增大; 光斑的分形维数与锐度(描述光斑质量的参量)有一定的关系, 但相位不连续点数目与光斑质量不存在确定的关系。在特定的计算条件下, 分形维数一直随起伏条件的增大而增大, 没有出现类似于闪烁饱和的现象。在一定的起伏条件下, 相位不连续点数目具有一定的统计分布, 而不是一个确定的值, 并且具有相当的发散性。

关键词: 光斑质量; 光传播; 大气湍流; 分形特征; 相位不连续性

中图分类号: TN241

文献标识码: A

激光在湍流大气传播过程中光强空间分布即光斑形状发生畸变^[1], 光学质量退化, 影响了激光的工程应用。在较弱的起伏条件下, 光场的振幅起伏较小, 自适应光学相位补偿能使光学质量得到有效改善^[2,3]。但当起伏条件较强时, 光场的振幅起伏很大, 自适应光学相位补偿能否使光学质量有效改善成为当前研究工作的焦点之一^[4]。初步的实验研究结果表明: 在强起伏条件下, 自适应光学相位补偿的效果明显恶化, 其原因不在于振幅起伏, 而在于光场中出现的相位不连续点^[2]。

一般认为零光强点的存在导致相位不连续。湍流大气中的激光光斑由于光强的随机分布而具有分形结构, 分形维数表明了光强的随机分布的粗糙度, 随着起伏条件的增大, 粗糙度增大。根据光强起伏的概率分布, 零光强点出现的几率随起伏条件的增大而增大。那么, 零光强点出现的几率与光场粗糙度之间是否存在一定的关系?

本文利用数值方法研究不同起伏条件下湍流大气中准直激光束的光斑特征, 分析光斑的分形维数和相位不连续点的统计特征, 探讨它们之间、以及它们与光斑质量之间的关系。本文与研究湍流大气中准直激光束的光斑特征的另一篇相关文章构成了光斑特征研究的不同侧面^[5,6], 可对激光大气传输的实际应用提供参考。

1 湍流大气中准直激光束传播的数值模拟

本文的研究对象是用数值模拟方法产生的准直激光束在湍流大气中的光斑^[5]。模拟使用的有关参数为: 发射光束是波长 $\lambda=0.6328\mu\text{m}$, 束腰 $\omega_0=30\text{mm}$ 的准直高斯光束, 传输距离 $L=1000\text{m}$, 湍流路径上分布 20 个随机相位屏, 垂直于传播方向的有限平面分为 256×256 的网格, 网格宽度选择接收平面上光场的菲涅尔长度 $l_f=\sqrt{\lambda L/2\pi}$ 的 $1/15$ 和湍流内尺度的 $1/2$ 的较小者。湍流谱采用 Von Karman 谱, 内外尺度分别为 1mm 和 15m 。折射率结构常数 C_n^2 分别为 10^{-15} , 10^{-14} 和 10^{-13} , 使得表征传播起伏条件的闪烁指数 $\beta_0^2=1.23C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$ 的值分别为 0.056 , 0.56 和 5.62 , 对应于微弱起伏条件、弱起伏条件和近饱和起伏条件。详细的参数见表 1。

以上述参数对每种起伏条件实现了 1024 次随机传播, 计算了真空中光束半径范围内的光斑锐度、光斑的分形维数以及相位不连续点的数目。以光斑锐度 $\iint I^2(x, y) dx dy / \iint I_{\text{vacuum}}^2(x, y) dx dy$ 描述光斑的光学质量, 其特征参看文献^[6]。

• 收稿日期: 2001-09-25; 修订日期: 2001-12-31
基金项目: 国家 863 激光技术领域资助课题(863-410-6-52)
作者简介: 饶瑞中(1963-), 男, 博士, 研究员, 研究方向为激光大气传输。

表 1 光传播数值计算的参数

Table 1 Parameters used for numerical simulation of light propagation in turbulence

wave type	Gaussian beam	grid interval/mm	0.5
wavelength/ μm	0.632 8	turbulence spectrum	von Karman
beam waist/mm	30	inner scale/mm	1
propagation path/m	1000	outer scale/m	10
grid point number	256×256	C_n^2	$10^{-15}, 10^{-14}, 10^{-13}$
phase screen number	20	scintillation index	0.056, 0.56, 5.62

光斑的分形维数用毯子覆盖法(covering blanket method)计算^[7]。其基本原理是在给定图像的基础上构建两个二级灰度函数毯子将原图像覆盖住,上方的毯子总是高于原图像至少一个灰度量值,下方的毯子总是低于原图像至少一个灰度量值。根据上下两毯子间的体积与灰度尺度的关系进行拟合,进而求得分形维数。考虑到实际测量的光斑一般为 CCD 图像,为获得较高的精度,首先将光强在 $[0, 4095]$ 范围内量化,这对应于 12 位的 A/D 输出。用这种方法获得的真空光斑的分形维数为 2.0,误差 $<10^{-4}$,说明还是相当可靠的。

设 ρ 点的光场为 $E(\rho) = E_1(\rho) + iE_2(\rho) = A(\rho)\exp[iS(\rho)]$, 则相位的主值 $S(\rho) = \tan^{-1}(E_2(\rho)/E_1(\rho))$ 位于 $(-\pi, \pi)$ 。当围绕 ρ 点的闭合回路上的相位积分不为零且为 2π 的整数倍时(一般情况下为 1 倍),即存在相位不连续点。数值模拟的具体计算方法是:对任一最小的网格回路,按逆时针方向依次求相邻两个网格点的相位差(也是取 $(-\pi, \pi)$ 内的主值),最后计算四个相位差的和。由于数值模拟可以直接获得光场,所以就可以定出相位主值、不连续点及其位置。

2 光斑分形维数、相位不连续点数目的统计特征

图 1 绘出了闪烁指数分别为 0.056, 0.56 和 5.62 三种起伏条件下光斑的分形维数、相位不连续点数目的频数分布。表 2 列出了它们的均值与起伏均方差。可见无论是分形维数还是相位不连续点数目,都存在范围相当宽的概率分布,仅仅以平均值来描述它们在一定起伏条件下的量值是不充分的。

在 $\beta^2 = 0.0562$ 的微弱起伏下,光斑的分形维数的平均值为 2.0172,随着起伏条件的增强,光斑的分形维数随之增大,而且均方差也越来越大。尽管在 $\beta^2 = 5.62$ 时已进入饱和起伏条件,但分形维数依然很大,没有观察到类似于闪烁饱和的现象。

相位不连续点的数目在 $\beta^2 = 0.0562$ 时为 0,在 $\beta^2 = 0.562$ 时出现的频数为 $59/1024 = 0.88\%$,其中数目为 1 的频数为 $15/1024$,为 2 的频数为 $39/1024$,为 3 的频数为 $1/1024$,为 4 的频数为 $5/1024$ 。可见在弱起伏条件下,相位不连续点的数目是很少的,并且出现的几率也很小。当起伏条件增强到近饱和时,相位不连续点的数目迅速增大,在 $\beta^2 = 5.62$ 时,相位不连续点的数目相当可观,范围从 10 至 80,均值为 29,方差为 11。

图 2 绘出了三种起伏条件下光斑的分形维数、 $\beta^2 = 5.62$ 条件下相位不连续点的数目与光斑锐度的关系。分形维数与光斑锐度之间存在一种较明显的关系:随光斑锐度的增大分形维数减小。这意味着光斑的能量集中度越高,粗糙度也就越低。这可以用文献[5,6]中光斑的三维图像加以直观验证。相位不连续点的数目与光斑锐度的关系十分模糊,数据离散性很大,基本上不存在相互联系。这说明相位的结构与光强分布没有直接的关系。

表 2 光斑分形维数及光场相位不连续点数目的平均值和均方差

Table 2 Mean and standard deviation of the fractal dimension of the light intensity image and the number of the phase branch points in the light field.

β^2	D_f		N_{lp}	
	mean	deviation	mean	deviation
0.056	2.017 2	0.005 2	0	0
0.562	2.089 9	0.015 1	0.11	0.49
5.62	2.183 1	0.029 3	29	11

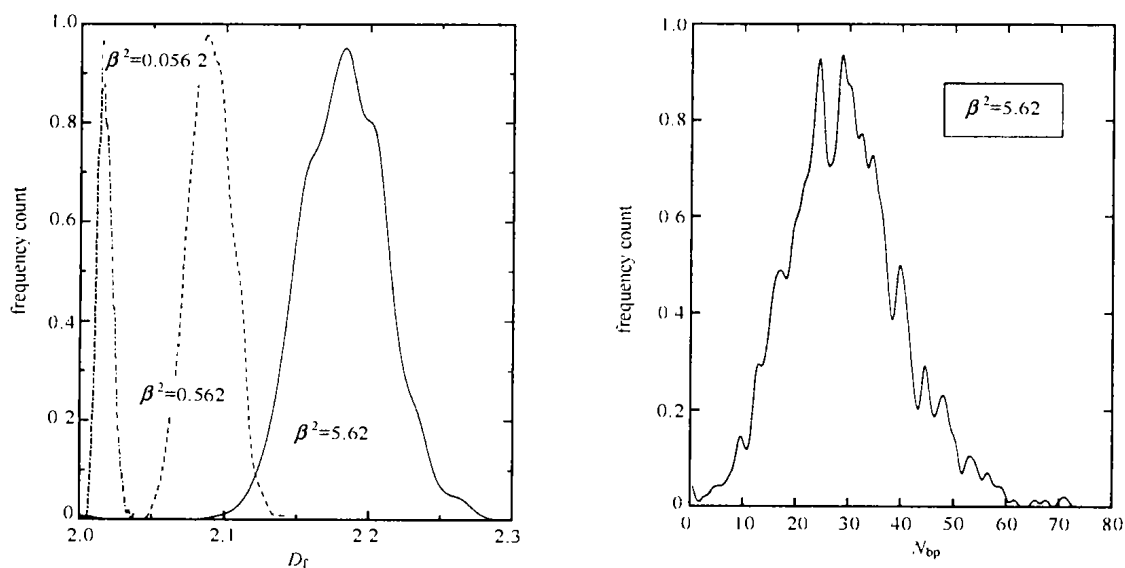


Fig. 1 Normalized frequency counts for the fractal dimension of the light intensity image and the number of phase branch points in the light field.

图 1 光斑分形维数及光场相位不连续点总数的频数分布

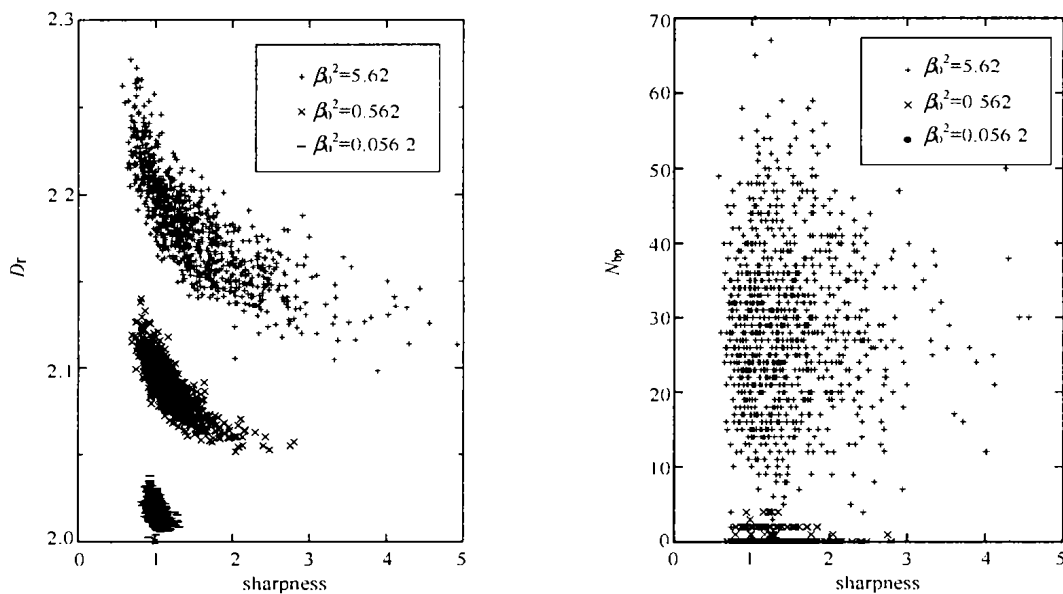


Fig. 2 Relationships between the fractal dimension of the light intensity image, the number of phase branch points in the light field vs the sharpness of the intensity image

图 2 三种起伏条件下光斑的分形维数、相位不连续点的数目与光斑锐度的关系

3 讨论

从湍流大气中准直激光束的光斑分形维数、光场相位不连续点总数的统计特征及其与光斑锐度的关系可以看出：描述光强分布粗糙度的分形维数与评价光斑光强分布质量的锐度之间存在确定的关系，即光斑的能量集中度越高，粗糙度也就越低。在本文计算的起伏条件范围内，分形维数一直随起伏条件的增大而增大，没有出现类似于闪烁饱和的现象，这为我们从光传播方法研究大气湍流的参数测量提供了一个可能克服饱和问题的途径。

相位不连续点反映了光场相位分布的奇异结构。虽然相位不连续出现在零光强点，但相位分布结构与光强分布结构特征不存在直接的联系，研究相位不连续问题仅从光强分布入手是不够的，而需要对光场的性质作直接的研究。鉴于以往光传播研究主要集中在光强起伏特性上，如何利用已有的光强起伏特性的研究成果来分析相位不连续问题则成为当前紧迫的研究任务。

在一定的起伏条件下,相位不连续点数目具有一定的统计分布,而不是一个确定的值,并且具有相当的发散性。我们注意到,已有研究工作对相位不连续点数目密度进行分析^[8]。其主要结果是相位不连续点数目密度与光场振幅的空间导数的概率分布有关,并在一定的传播条件下是唯一的。该结果在数值分析中是有用的,因为振幅的空间导数可以计算出来,但在给定条件下的传播问题中则不能解决。我们所需要的结果是如何将相位不连续点数目密度的概率分布特征与光传播条件联系起来。

参考文献:

- [1] 饶瑞中,王世鹏,刘晓春. 被湍流大气退化的激光光斑:尺度测量与形变特征描述[J]. 光学学报, 1998, **18**(4):451—456. (Rao R Z, Wang S P, Liu X C. Atmospheric-turbulence-degraded light intensity images: size measurement and description of deformation characteristics. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(4):451—456).
- [2] Primmerman C A, Price T R, Humphreys R A, et al. Atmospheric-compensation experiments in strong-scintillation conditions[J]. *Appl Opt*, 1995, **34**(12):2081—2088.
- [3] Gong Z, Wu Y, Wang Y, et al. Phase-compensation experiment with a 37-element adaptive optics system[J]. *Appl Opt*, 1998, **37**(21):4549—4552.
- [4] Barchers J D, Ellerbroek B L. Improved compensation of turbulence-induced amplitude and phase distortions by means of multiple near-field phase adjustments[J]. *JOSA*, 2001, **A18**(2):399—411.
- [5] 饶瑞中. 湍流大气中准直激光束的光斑特征 I. 特征半径[J]. 中国激光, 2002. (Rao R Z. Pattern characteristics of collimated laser beam in a turbulent atmosphere I. Characteristic radii. *Accepted by Chinese Journal of Lasers*, 2002).
- [6] 饶瑞中. 湍流大气中准直激光束的光斑特征 II. Strehl 比与锐度[J]. (待发表), 2002. (Rao R Z. Pattern characteristics of collimated laser beam in a turbulent atmosphere II. Strehl ratios and sharpness. *to be published*), 2002.
- [7] Peli T. Multiscale fractal theory and object characterization[J]. *JOSA*, 1990, **A7**(6):1101—1112.
- [8] Voitsekhovich V V, Kouznetsov D, Kh Morozov D. Density of turbulence-induced phase dislocations[J]. *Appl Opt*, 1998, **37**(21):4525—4535.

Collimated laser beam in a turbulent atmosphere: Fractal structure and phase branch points

RAO Rui-zhong

(Laboratory for Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics,
the Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract: The statistics of the fractal dimension of the light intensity image and the number of phase branch points in the light field of a collimated laser beam propagating through a turbulent atmosphere are evaluated for a series of numerically-generated field and intensity patterns. Some results are summarized as follows. The fractal dimension and the number of phase branch points increase with the fluctuation condition. The fractal dimension has definite relation with the pattern sharpness, but there is no notable relation between the number of phase branch points and the sharpness. In a certain situation, no saturation phenomenon is found for the fractal dimension, and the number of phase branch points has a probability distribution instead of a definite value under a certain fluctuation condition.

Key words: beam pattern; light propagation; atmospheric turbulence; fractal structure; phase branch point.