

铁心托卡马克极向场电磁参数的线性化

The Linearization of Electro-Magnetic Parameters of Poloidal Field in Iron-Core Tokamak

傅 鹏 刘正之 许家治 陶 骏 (中国科学院等离子体物理研究所 230031)

Fu Peng Liu Zhengzhi Xu Jiazhi Tao Jun

(Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Science 230031 China)

摘要 根据铁心托卡马克极向场系统的简化模型,对其电磁参数进行了深入的分析与计算。利用一种新颖的正反向串联线圈对的方法对由于铁心饱和而引起的电磁参数非线性问题进行了处理,解决了铁心托卡马克电磁参数线性化的难题。最后以 HT-7 铁心超导托卡马克为例,说明了其极向场电磁参数线性化的过程与结果。实验测试结果与理论分析相符。

关键词: 铁心 托卡马克 正反串线圈对 电磁参数 线性化

Abstract Based on the simplified model of poloidal field system of iron-core Tokamak, the non-linearity of its electro-magnetic parameters caused by saturation of iron-core is investigated in detail using a novel method of coilpair in series opposing connection. The parameter linearization is hence solved. Finally, taking HT-7 iron-core super-conductive Tokamak as an example, the process and result of parameter linearization are presented. It's in good agreement with experiment.

Keywords: Iron-core Tokamak Coil-pair in series opposing Electro-magnetic parameter Linearization

1 引言

受控热核聚变是人类下世纪替代煤和石油等化学能源的新能源。托卡马克是受控热核聚变研究的主要途径之一。铁心托卡马克装置的铁心结构一般由一个圆形中心柱和几对横轭、侧柱组成。其极向场线圈(包括等离子体电流)一般都呈圆形轴对称地环绕在中心柱和侧柱之间。我国 HT-7 铁心超导托卡马克装置结构如图 1 所示。

在托卡马克装置中,加热场变压器对建立、维持和加热等离子体起着重要的作用。与空心变压器

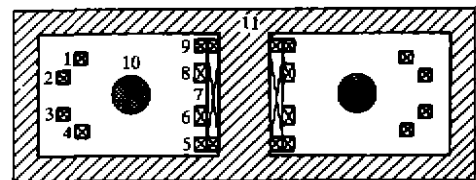


图 1 HT-7 超导托卡马克极向结构简图
1~9 极向场线圈 10. 等离子体电流 tt. 铁心
Fig. 1 Schematic diagram of HT-7 Tokamak

相比,铁心变压器可使极向场电源的容量大大减小。因此铁心变压器是一些重要托卡马克装置的主要组成部分,在 JET、Tore-Supra 和 T-15 等大型托

1998-12-31 收到稿件。

傅 鹏 男,1962 年生,中国科学院等离子体物理研究所工学博士、副研究员,现为德国马-普学会等离子体物理所访问学者,主要研究领域为高功率脉冲电源工程,聚变电源及等离子体控制技术。

刘正之 男,1943 年生,中国科学院等离子体物理研究所高功率脉冲电源研究室主任,研究员,曾为德、英、韩等国聚变研究所访问学者,长期从事高功率脉冲电源及聚变工程的研究工作。

Fu Peng born in 1962, received his Ph. D. from Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Science. He is currently an associate professor of ITP-CAS and visiting scientist at MP-LPP Germany now. His research interests include pulse power supply, fusion technology and plasma control.

卡马克装置上均使用着多窗口的铁心变压器,我国两个最大的托卡马克 HL-1M 和 HT-7 也是铁心的。由于铁心磁导率的非线性,极向磁场的大小和空间分布随铁心饱和程度不同发生畸变,其电磁参数如自感、互感、磁场因子等亦随之变化,其变化幅度往往很大。这种非线性、时变的电磁参数对极向场与等离子体平衡的实时分析和控制带来很大的困难。长期以来,人们已为此做了大量工作。有的采用二维、三维有限元法或差分法^[1,2],有的采用积分方程法^[3,4],对极向场位形进行计算,得出了很好的结果,但计算量较大,其中积分方程法较为简便。有的装置采用了将铁心中心柱作无限长均匀磁化圆柱体近似的简化模型^[5,6],进行线性化,并得出其解析解。该模型合理,方法简单,但仅限于铁心不饱和区 ($\mu \approx 10^3$),并未涉及铁心饱和区及过饱和区 ($\mu \approx 10^2 \sim 10^1$) 的问题。其实在装置的运行过程中,尤其在等离子体的平顶阶段,有相当长时间运行于铁心的饱和区域。通常分段线性化是解决方法之一。但在大多数情况下很难准确找到放电某一时刻所对应的线性段,其计算过程也往往很繁杂。因此必须另辟蹊径,寻找一种简捷实用、行之有效的办法。

本文也采用了将铁心中心柱作无限长均匀磁化圆柱体近似的简化模型,但根据极向场线圈呈轴对称的几何位形及其总安匝数平衡的特点,仔细分析计算了一对正反串圆线电流环的矢势及磁场。结果发现,其电磁参数不仅在铁心不饱和段而且在饱和及过饱和段均与磁导率基本无关,从而可以极简便地实现铁心托卡马克极向场数学模型和电磁参数的线性化。对等离子体平衡的实时分析与控制具有重要实用意义。

2 铁心托卡马克极向场电磁参数的分析计算

2.1 圆线电流环的矢势及磁场

文献[5]从极向场位形和等离子体平衡分析的角度,忽略铁心横轭和侧柱,把中心柱作无限长圆柱体近似。将铁心看成均匀磁化,忽略涡流和磁滞,同时将导电线圈简化为轴对称的圆线电流环,如图 2 所示。

铁心及圆线电流环的半径分别为 b 和 a 。极向场线圈在空间任意一点产生的磁场可以用解析式描

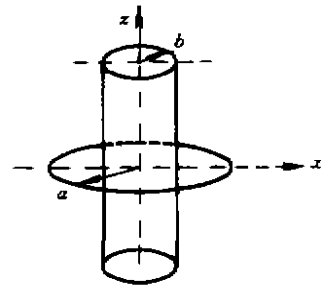


图 2 铁心简化模型及其圆柱面坐标系

Fig.2 Simplified model of iron-core and its cylindrical coordinates

述,建立以下数理方程

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{A_\varphi}{r^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} = 0$$

解此方程可得到 A_φ 的通解,再由

$$H_r = -\frac{dA_\varphi}{dz} \quad H_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{d(rA_\varphi)}{dr} \quad (1)$$

利用 $r = a, r = b$ 的边界条件,并定义垂直磁场因子为 $K_z = B_z/i$; 水平磁场因子为 $K_r = B_r/i$,可得 $r < b$ 区

$$K_z^{(0,b)} = 4\mu_0 a \int_0^\infty k \frac{K_1(ka)}{1 + (\mu - 1)D} I_0(kr) \cos kz dk \quad (2)$$

$$K_r^{(0,b)} = 4\mu_0 a \int_0^\infty k \frac{K_1(ka)}{1 + (\mu - 1)D} I_1(kr) \sin kz dk \quad (3)$$

$b < r < a$ 区

$$K_z^{(b,a)} = 4\mu_0 a \int_0^\infty k K_1(ak) \left[I_0(kr) + \frac{I_1(kb)K_0(kr)}{K_1(kb)} \times \frac{(\mu - 1)(1 - D)}{1 + (\mu + 1)D} \right] \cos kz dk \quad (4)$$

$$K_r^{(b,a)} = 4\mu_0 a \int_0^\infty k K_1(ak) \left[I_1(kr) + \frac{I_1(kb)K_1(kr)}{K_1(kb)} \times \frac{(\mu - 1)(1 - D)}{1 + (\mu + 1)D} \right] \sin kz dk \quad (5)$$

$r > a$ 区

$$K_z^{(a)} = 4\mu_0 a \int_0^\infty k I_1(kb) \left[\frac{I_1(ka)}{I_1(kb)} + \frac{K_1(ka)}{K_1(kb)} \times \frac{(\mu - 1)(1 - D)}{1 + (\mu - 1)D} \right] K_0(kr) \cos kz dk \quad (6)$$

$$K_r^{(a)} = 4\mu_0 a \int_0^\infty k I_1(kb) \left[\frac{I_1(ka)}{I_1(kb)} + \frac{K_1(ka)}{K_1(kb)} \times \frac{(\mu - 1)(1 - D)}{1 + (\mu - 1)D} \right] K_1(kr) \sin kz dk \quad (7)$$

$$\text{式中 } D = kbI_1(kb)K_0(kb) \quad (8)$$

$$I_0(kb), K_0(kb), I_1(kr), K_1(kr)$$

——零阶及一阶虚宗量贝塞尔函数

2.2 一对正反串圆线电流环的电磁参数

我们假定在图2的铁心中心柱外围存在一对正反串线圈,其半径分别为 a_1 、 a_2 , $a_2 > a_1$;其电流大小相等均为 i ,但方向相反,并定义为“正反串线圈对”,且它们位于铁心赤道面上($z=0$)。该正反串线圈对的两个圆线电流环在铁心与空间产生的磁场,在两环之间相互增助,而在铁心及其他区域则相互抵消。由于其励磁磁势大小相等,方向相反,仅几何尺寸有所不同。可以估计铁心的磁化状态(μ 值)可能较前有所改变,但变化不大。因而假设铁心在原磁化状态附近小范围内是线性的(μ 值不变),适用叠加定理。

仿前可得一对正反串圆线电流环在各区的磁场因子

$b < r < a_1$ 区

$$K_z^{(b, a_1)} = 4\mu_0 \int_0^\infty K \left\{ [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] I_0(kr) - \frac{I_1(kb) K_0(kr)}{K_1(kb)} \times [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] \times \frac{(\mu-1)(1-D)}{1+(\mu-1)D} \right\} \cos kz dk \quad (9)$$

$$K_r^{(b, a_1)} = 4\mu_0 \int_0^\infty k \left\{ [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] I_0(kr) + \frac{I_1(kb) K_1(kr)}{K_1(kb)} \times [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] \times \frac{(\mu-1)(1-D)}{1+(\mu-1)D} \right\} \sin kz dk \quad (10)$$

$a_1 < r < a_2$ 区

$$K_z^{(a_2, a_1)} = 4\mu_0 \int_0^\infty k \left\{ [a_2 K_1(a_2 k) I_0(kr) + a_1 I_1(a_1 k) \times K_0(kr)] - \frac{I_1(kb) K_0(kr)}{K_1(kb)} \times [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] \frac{(\mu-1)(1-D)}{1+(\mu-1)D} \right\} \cos kz dk \quad (11)$$

$$K_r^{(a_2, a_1)} = 4\mu_0 \int_0^\infty k \left\{ [a_2 K_1(a_2 k) I_1(kr) - a_1 K_0(kr) \times I_1(ka_1)] + \frac{I_1(kb) K_1(kr)}{K_1(kb)} \times [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] \frac{(\mu-1)(1-D)}{1+(\mu-1)D} \right\} \sin kz dk \quad (12)$$

$r > a_2$ 区

$$K_z^{(r > a_2)} = -4\mu_0 \int_0^\infty k \left\{ [a_2 I_1(ka_2) - a_1 I_1(ka_1)] K_0(kr) + \frac{K_0(kr) I_1(kb)}{K_1(kb)} \times [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] \times \right.$$

$$\left. \frac{(\mu-1)(1-D)}{1+(\mu-1)D} \right\} \cos kz dk \quad (13)$$

$$K_r^{(r > a_2)} = -4\mu_0 \int_0^\infty k \left\{ [a_2 I_1(ka_2) K_1(kr) - a_1 I_1(ka_1) K_1(kr)] + \frac{K_1(kr) I_1(kb)}{K_1(kb)} \times [a_2 K_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)] \times \frac{(\mu-1)(1-D)}{1+(\mu-1)D} \right\} \sin kz dk \quad (14)$$

考察以上方程中与铁心磁导率有关的通项,令

$$E = \frac{(\mu-1)(1-D)}{1+(\mu-1)D} \quad (15)$$

其中 D 是 kb 的函数。考察其数值,当 $kb > 50$ 时, $D(kb)$ 接近极限值0.5(误差 $\approx 1\%$),为恒值。因此在 $\mu \approx 10^1$ 时,如 $\mu > 30$,有 $(\mu-1)D \gg 1$,故 $E_1 \approx (1-D)/D \approx 1$,与 μ 无关。以铁心半径 b 作为长度单位,并对积分区间重新划分,磁场因子也可以表为

$$K^{(a_2, a_1)}(r, z) = \int_0^{50} f(k, r, z, \mu) d(kb) + \int_{50}^\infty f(k, r, z, \mu) d(kb) \quad (16)$$

$$\text{令 } \gamma_1 = \int_0^{50} f(k, r, z, \mu) d(kb) \quad (17)$$

$$\gamma_2 = \int_{50}^\infty f(k, r, z, \mu) d(kb) \quad (18)$$

当 $kb \geq 50$, $\mu > 30$ 时,显然 γ_2 与 μ 无关;当 $kb < 50$ 时,函数 $f(k, r, z, \mu)$ 中有相乘项 k 和相减项 $a_2 k_1(a_2 k) - a_1 K_1(a_1 k)$,通过分析和计算考察其数值可以发现,当 $\mu > 30$ 时, γ_1 亦近似为恒值。以HT-7铁心托卡马克位于 $z=0$ 的赤道面上的正反串线圈对($a_1 = 0.8\text{m}$, $a_2 = 1.6\text{m}$)为例,其 γ_1 值可见图3。为比较起见,可列出单个圆线电环($a = 1.6\text{m}$, $z = 0$)相应的 γ_1 值如图4所示。这是典型的铁磁饱和曲线。仅当铁心不饱和($\mu \geq 2500$)时, γ_1 值才为恒值。与图3比较,两者截然不同,这是显而易见的。

综上所述可见,当 $\mu > 30$ 时,位于铁心托卡马克中心柱外围的正反串线圈对的垂直磁场因子与铁心饱和程度基本无关。

同理,可以推导出正反串线圈对的水平磁场因子,正反串线圈对的自感系数及正反串线圈对之间的互感系数,具有相同的结论。

事实上,在等离子体放电的过程中,铁心的磁导率一般从数千量级下降到数十量级。由于铁心变

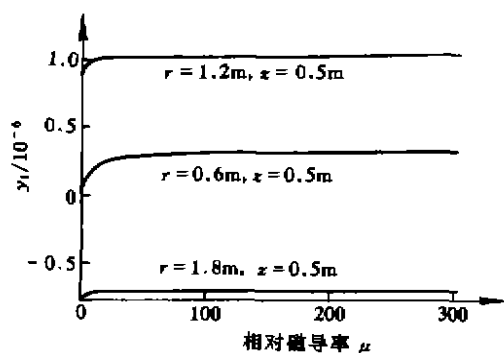


图 3 HT-7 正反串线圈对 ($a_1 = 0.8m, a_2 = 1.6m, z = 0$) 在空间不同场区的 y_1 值

Fig.3 The y_1 value of a series-opposing coil-pair ($a_1 = 0.8m, a_2 = 1.6m, z = 0$) of HT-7 in different space range

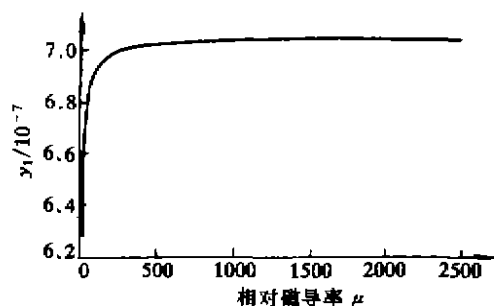


图 4 单个圆线圈 ($a = 1.6m, z = 0$) 在 $r = 1.2m, z = 0.5m$ 处的 y_1 值

Fig.4 The y_1 value of a single circular coil ($a = 1.6m, z = 0$) of HT-7 in position of $r = 1.2m, z = 0.5m$

压器初级线圈容量和电源功率的限制, 在铁心进入深度过饱和时已不能正常运行。因而可以认为在装置的整个正常运行区间, 上述结论都是成立的。

通过推导, 对于非赤道面上的正反串线圈对也有相同的结论。

3 铁心托卡马克极向场电磁方程的线性化

3.1 铁心托卡马克极向场励磁磁势的平衡

铁心托卡马克极向场电磁系统的结构如前所述, 极向场线圈的特点是: ①轴对称且关于赤道面上下对称; ②所有线圈总安匝数之和即为铁心变压器励磁磁势 $n_m I_m$ 。据此将所有线圈等效成 k 个虚拟正反串线圈对和一个励磁线圈, 每个正反串线圈对的电流大小和方向与原正方向电流线圈相同, 则其磁势平衡等式为

$$\sum_{j=1}^k n_j I_j = n_m I_m \quad (19)$$

运行中由于铁心不可能运行于深度过饱和区 ($\mu < 30$), 因此励磁磁势 $n_m I_m$ 较小, 可以忽略不计。从而在对等离子体平衡进行实时分析与控制时实现了极向场电磁系统的线性化。

3.2 HT-7 托卡马克电磁参数线性化

HT-7 铁心托卡马克极向场由 9 个围绕在铁心中心柱外围的圆形线圈和等离子体电流环组成 (如图 1), 在运行时, 线圈 1、2、3、4 与 6、8 反向串联, 构成垂直场线圈 E, 它们正好是一正反串线圈对; 线圈 9 和 5 反向串联, 构成水平场线圈 H, 它们也是一正反串线圈对; 线圈 7 可分解成两部分, 一部分安匝数和等离子体电流环安匝数相等, 方向恰相反, 构成一正反串线圈对 P, 余下的就是励磁线圈 m, 电流为 I_m , 匝数为 $n_m = n_7$, 它的电感参数就是线圈 7 的电感参数, $L_m = L_7, M_{mj} = M_{7j}$ 上述分解过程如图 5 所示。

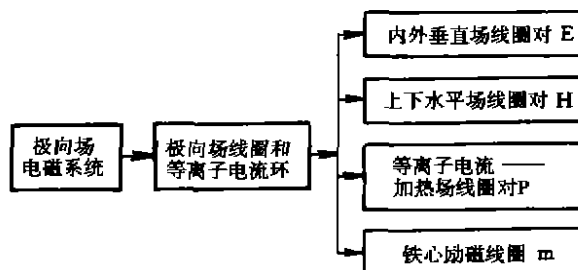


图 5 HT-7 极向场电磁系统分解过程图

Fig.5 Block diagram of poloidal field system analysis in HT-7

对极向场系统列写其磁链方程及作用于等离子体的磁场方程得

$$[\Psi] = [A][I] + [B]I_m \quad (20)$$

式中 $[\Psi]$ ——磁链矩阵

$[I]$ ——电流矩阵

$[A]$ ——极向场各等效线圈之间的自感、互感、磁场因子矩阵

$[B]$ ——励磁电流所对应的电感、磁场因子矩阵

$[A]$ 矩阵数值是不随铁心饱和程度不同而变化的常量。而 $[B]$ 矩阵数值与铁心饱和程度有关, 是非线性的。但是只要铁心不是运行于很深的过饱和区域, 励磁电流 I_m 很小, 同时经过分析比较, 矩阵 $[B]$ 值也很小, 即 $[B]I_m \ll [\Psi]$, 亦可忽略, 其误差在等离子体平衡实时分析与控制中可以当成扰动处理。因此有

$$[\Psi] = [A][I] \quad (21)$$

对 HT-7 装置而言, 励磁电流在 150A (12 千安匝) 时铁心开始进入饱和, 到 1.4kA (112 千安匝) 进入深度过饱和。装置运行所能使用的最大磁通量约为 1.2Wb。在电磁参数测量实验中发现, 这种处理在铁心不饱和段误差为 1% 左右, 在过饱和段 ($I_m \leq 1.4kA$) 最大误差不超过 8%。

可以看出, 通过极向场电磁参数和磁场方程的线性化以后, 一个非常复杂的多耦合、非线性的铁心托卡马克极向场系统可以用一个线性系统加以描述。

4 实验和结论

通过实验对 HT-7 铁心托卡马克的电磁参数进行了测试, 其结果和理论分析相一致。垂直场线圈自感 (最大磁通量为 1.2Wb) 的实测值如图 6 所示。

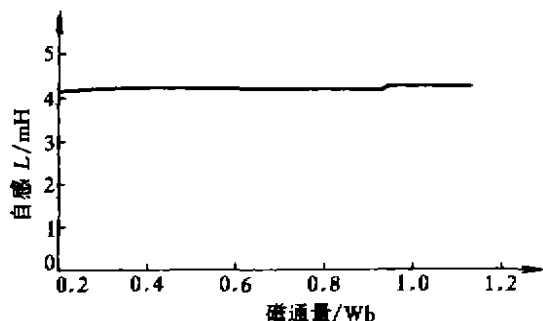


图 6 HT-7 垂直场线圈自感实测值

Fig.6 Measured value of self-inductance of vertical field coils in HT-7

同时, 将本文上述结果用于 HT-7 托卡马克等离子体平衡的多变量实时控制, 取得了很好的结果 (另文发表), 验证了其正确性。因此, 在铁心托卡

马克实际运行区域 ($\mu \approx 10^3 \sim 10^4$) 有如下结论:

铁心托卡马克中心柱外围位于赤道面或者沿赤道面上下对称, 且轴对称的安匝数相等的“正反向串联线圈对”, 其电磁参数 (等离子体区域的垂直场、水平场因子及线圈的电感) 其本不随铁心饱和程度而变化。以此可对铁心托卡马克极向场电磁参数及磁场方程进行线性化。

铁心托卡马克电磁参数的线性化对铁心托卡马克极向场和等离子体平衡的实时分析与控制, 以及电源设计等具有重要意义, 它将非线性和时变的电磁参数变成线性的和时不变的, 使铁心托卡马克变得和空心装置一样容易处理。该方处简单、新颖、实用, 尚未见有关文献报道, 可以应用于国内外所有的铁心托卡马克装置; 对一些工作在较饱和区域的特种变压器的电磁参数线性化问题亦有参考价值。

参考文献

- 1 Kaleck A. Numerical treatment of the poloidal field problems of TEXTOR. 10th Fusion Technology, Pergamon, 1978, 2: 963
- 2 Cencchi G, et al. Self-consistent MHD equilibrium in Tokamak with an iron core transformer. 10th Fusion Technology, Pergamon, 1978, 2: 969
- 3 Du S, et al. The numerical method of plasma equilibrium computation in iron core transformer Tokamak. Nuclear Fusion, 1995, 35 (3): 359
- 4 Zwingmann W, et al. Equilibrium analysis of JET Tokamak Discharge. JET-P (97) 57
- 5 刘玉魁等. 托卡马克放电回路分极及电流波形计算. 核聚变与等离子体物理, 1982, 2 (2): 82
- 6 袁保山等. 铁心变压器对极向场的影响. 核聚变与等离子体物理, 1987, 7 (3): 155
- 7 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法——遗传算法. 北京: 科学出版社, 1997.
- 8 程志光, 胡启凡, 高生等. 模拟三维杂散损耗的第 21 国际基准问题. 中国电机工程学报, 1995, 15 (3): 150 ~ 158
- 9 Poritsky H, Jerrard R P. Eddy current losses in a semi-infinite solid due to nearby alternating currents. AIEE trans., 1954, 97 ~ 106

(上接第 71 页)

- 4 Ivonimir Valkovic. Calculation of the losses in three phase transformer tanks. IEE Proc., 1980, 127C (1): 20 ~ 25
- 5 钱秀英, 邱捷, 张燕. 样条积分方程法计算变压器三维非线性漏磁场. 西安交通大学学报, 1996, 30 (12)
- 6 王仁宏. 多元函数逼近. 北京: 科学出版社, 1987.
- 7 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法——遗传算