

分振幅型全Stokes同时偏振成像系统波片相位延迟误差分析

殷玉龙 孙晓兵 宋茂新 陈卫 陈斐楠

Phase delay error analysis of wave plate of division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system

Yin Yu-Long Sun Xiao-Bing Song Mao-Xin Chen Wei Chen Fei-Nan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 024203 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20181553

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181553>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

星载多角度偏振成像仪非偏通道全视场偏振效应测量及误差分析

Full field of view polarization effect measurement and error analysis of non-polarized channels of spaceborne directional polarimetric camera

物理学报. 2017, 66(10): 100701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.100701>

偏振双向衰减对光学成像系统像质影响的矢量平面波谱理论分析

Analysis of the influence of diattenuation on optical imaging system by using the theory of vector plane wave spectrum

物理学报. 2017, 66(8): 084202 <https://doi.org/10.7498/aps.66.084202>

新型双通道差分偏振干涉成像系统

Novel dual channel polarization interference imaging system

物理学报. 2018, 67(10): 100701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172691>

基于全相位谱分析的剪切光束成像目标重构

Sheared-beam imaging target reconstruction based on all-phase spectrum analysis

物理学报. 2017, 66(2): 024203 <https://doi.org/10.7498/aps.66.024203>

基于光强传输方程相位成像的宽场相干反斯托克斯拉曼散射显微背景抑制

Nonresonant background suppression in wide-field Coherent anti-Stokes Raman scattering microscopy with transport of intensity equation based phase imaging

物理学报. 2017, 66(11): 114206 <https://doi.org/10.7498/aps.66.114206>

# 分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统 波片相位延迟误差分析\*

殷玉龙<sup>1)2)3)†</sup> 孙晓兵<sup>1)3)‡</sup> 宋茂新<sup>1)3)</sup> 陈卫<sup>1)2)3)</sup> 陈斐楠<sup>1)3)</sup>

1) (中国科学院安徽光学精密机械研究所, 合肥 230031)

2) (中国科学技术大学, 合肥 230026)

3) (中国科学院通用光学定标与表征技术重点实验室, 合肥 230031)

(2018 年 8 月 18 日收到; 2018 年 10 月 20 日收到修改稿)

分振幅型全 Stokes 同时偏振成像仪具有实时性好、空间分辨率高、精度高等优点, 有很高的应用价值. 分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统利用偏振分束器、1/2 波片和 1/4 波片将入射光 Stokes 矢量调制在 4 幅图像中, 可解析入射光 Stokes 矢量. 1/2 波片和 1/4 波片的相位延迟误差对 Stokes 矢量测量精度有着不可忽略的影响. 建立了包含上述两种误差的 Stokes 矢量测量误差方程, 分析了 1/2 波片和 1/4 波片相位延迟耦合误差对自然光、0°/45°线偏光、左旋圆偏光等典型基态入射光的 Stokes 矢量测量误差的影响, 推导了任意偏振态的 Stokes 矢量测量误差的表征方法. 在邦加球球面和球内选取不同偏振度的 Stokes 矢量作为入射光进行仿真. 结果表明, Stokes 矢量测量误差和偏振度测量误差均随着入射光偏振度的增大而增大. 选取入射光偏振度为 1 时的偏振测量精度评估系统. 为满足 2% 的偏振测量精度, 1/2 波片相位延迟误差应在  $\pm 1.6^\circ$  内, 1/4 波片相位延迟误差应在  $\pm 0.5^\circ$  内. 这对提高系统的偏振测量精度具有重要意义, 为系统设计和研制提供了重要的理论指导.

**关键词:** 偏振成像, 波片, 相位延迟误差, Stokes 矢量

**PACS:** 42.30.-d, 42.25.Ja, 42.25.Hz

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181553

## 1 引言

偏振是光的一种本质属性, 偏振信息不仅包含强度信息还包含偏振度、偏振角和椭圆度角等信息. 光与大气或目标相互作用时会改变光的偏振特性, 光的偏振特性的变化可以表征大气或目标的物理属性, 因此偏振探测广泛用于仿生导航、水下目标探测、天文探测、大气遥感、空间目标 3D 重建和生物医学等领域<sup>[1-6]</sup>. 为了实现目标偏振信息的探测, 需要研制高精度的偏振成像系统, 偏振成像系统可分为两类: 分时偏振成像系统和同时偏振成

像系统. 分时偏振成像系统中普遍存在转动部件或分时调制器, 导致分时偏振成像系统无法偏振探测快速变化的目标. 为实现动态目标的偏振探测, 同时偏振成像系统的研制已成为研究热点. 1982 年, Azzam<sup>[7]</sup>最先提出一种基于振幅分割的同时偏振成像系统, 该系统利用镀膜分光器和 Wollaston 棱镜将入射光分为 4 束光, 由 4 个探测器实现了对入射光 Stokes 参数线偏振分量的同时测量. 2008 年, Pezzaniti 等<sup>[8]</sup>成功研制了分振幅全 Stokes 同时偏振成像系统, 利用偏振分束器 (polarization beam

\* 国家重点研发计划 (批准号: 2016YFE0201400)、卫星应用共性关键技术项目 (批准号: 30-Y20A010-9007-17/18)、高分重大专项项目 (批准号: GFZX04011805) 和中国科学院合肥研究院重点项目 (批准号: Y73H9P1801) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yinyulong\_yyl@163.com

‡ 通信作者. E-mail: xbsun@aiofm.ac.cn

splitter, PBS)、1/2 波片 (half wave plate, HWP) 和 1/4 波片 (quarter wave plate, QWP) 将入射光分为 4 束光, 由 4 个探测器实现对入射光全 Stokes 参数的同时测量. 2003 年, Oka 和 Kaneko<sup>[9]</sup>首次提出一种基于双折射楔形棱镜的通道调制型偏振成像仪, 随后国内外学者对基于双折射楔形棱镜的通道调制型偏振成像仪进行了改进<sup>[10-12]</sup>, 提高了基于双折射楔形棱镜的通道调制型偏振成像仪的偏振探测性能. 2016 年, 权乃承等<sup>[13]</sup>提出一种基于孔径分割与视场分割的通道型成像光谱偏振技术, 并进行仿真分析验证了该方案的可行性. 2018 年, 冯斌等<sup>[14]</sup>研制了分焦平面同时偏振成像仪, 并给出了性能评估模型. 为了提高偏振测量精度, 国内外研究人员针对不同调制原理的同时偏振成像系统进行了系统参数误差分析等方面的工作<sup>[15-19]</sup>.

分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统没有时间和空间的失调, 具有实时性好、空间分辨率高、精度高等优点, 同时还能实现全 Stokes 参数的测量, 具有很高的应用价值. 波片是分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统的核心光学元件, 波片相位延迟误差对系统偏振测量精度有着不可忽略的影响, 为实现自主研制高偏振测量精度的分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统, 分析系统中波片相位延迟误差对偏振测量精度的影响已成为急需解决的关键问题.

本文介绍了分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统的工作原理, 建立了包含 HWP 和 QWP 相位延迟误差的 Stokes 矢量测量误差方程; 仿真了 HWP 和 QWP 相位延迟误差对自然光、0°/45°线偏光、左旋圆偏光等 7 种典型基态入射光的 Stokes 矢量测量误差的影响, 推导了任意入射光 Stokes 矢量测量误差的表征方法; 利用邦加球 (Poincaré sphere) 采样法仿真了不同偏振度的 Stokes 矢量作为入射光时, HWP 和 QWP 相位延迟误差对偏振测量精度的影响, 为保证系统的偏振测量精度在 2% 内, 给出了波片相位延迟的加工精度要求, 这对系统参数设计、原理样机的研制具有重要的指导意义.

## 2 分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统原理及误差建模

### 2.1 偏振成像系统工作原理

分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统原理如图 1 所示, 入射光通过光学镜头后, 被部分偏振分束器 (partial polarization beam splitter, PPBS) 分成两路, 一路是从 PPBS 透射的光束, 被 HWP 调制后由 PBS1 分离为 P 偏振光和 S 偏振光, 从 PBS1 透射的 P 偏振光由 CCD1 接收, 反射的 S 偏振光由 CCD2 接收; 另一路是从 PPBS 反射的光束, 被 QWP 调制后由 PBS2 分离为 P 偏振光和 S 偏振光, 从 PBS2 透射的 P 偏振光由 CCD3 接收, 反射的 S 偏振光由 CCD4 接收.

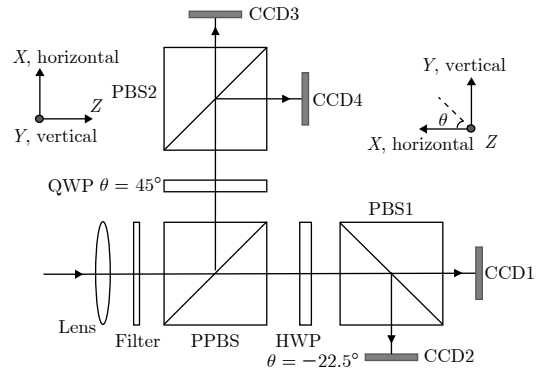


图 1 分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统原理图  
Fig. 1. Scheme of the division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system.

文献<sup>[20]</sup>研究了光学镜头的起偏效应. 以通常使用的玻璃进行分析, 当入射角很小 (小于 5°) 时, 角度每相差 1°, 造成的偏振度测量偏差为 0.01%—0.03%. 本文研究的偏振成像系统是小视场成像系统, 入射主光束的入射方向与光学镜头法线的夹角很小, 所以不考虑光学镜头的起偏效应. 分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统 4 个通道的 Mueller 矩阵  $M_{\text{path}1} - M_{\text{path}4}$  为

$$\begin{cases} M_{\text{path}1} = \mathbf{P}(1, 0) \cdot \mathbf{Ret}(-22.5^\circ, 180^\circ) \cdot \mathbf{P}(T_p, T_s), \\ M_{\text{path}2} = \mathbf{P}(0, 1) \cdot \mathbf{Ret}(-22.5^\circ, 180^\circ) \cdot \mathbf{P}(T_p, T_s), \\ M_{\text{path}3} = \mathbf{P}(1, 0) \cdot \mathbf{Ret}(45^\circ, 90^\circ) \cdot \mathbf{P}(1 - T_p, 1 - T_s), \\ M_{\text{path}4} = \mathbf{P}(0, 1) \cdot \mathbf{Ret}(45^\circ, 90^\circ) \cdot \mathbf{P}(1 - T_p, 1 - T_s), \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{Ret}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\theta) + \sin^2(2\theta) \cos \varphi & \sin(2\theta) \cos(2\theta) - \sin(2\theta) \cos(2\theta) \cos \varphi & \sin \varphi \sin(2\theta) \\ 0 & \sin(2\theta) \cos(2\theta) - \sin(2\theta) \cos(2\theta) \cos \varphi & \sin^2(2\theta) + \cos^2(2\theta) \cos \varphi & -\sin \varphi \cos(2\theta) \\ 0 & -\sin \varphi \sin(2\theta) & \sin \varphi \cos(2\theta) & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$P(T_p, T_s) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} T_p + T_s & T_p - T_s & 0 & 0 \\ T_p - T_s & T_p + T_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{T_p T_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{T_p T_s} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

(1)—(3) 式中,  $T_p$  和  $T_s$  分别为 PPBS 的 p 光透射系数和 s 光透射系数,  $P(T_p, T_s)$  和  $P(1 - T_p, 1 - T_s)$  分别为 PPBS 透射和反射时的 Mueller 矩阵;  $P(1, 0)$  为 PBS1 和 PBS2 透射时的 Mueller 矩阵,  $P(0, 1)$  为 PBS1 和 PBS2 反射时的 Mueller 矩阵;  $Ret(\theta, \varphi)$  为波片 (相位延迟量  $\varphi$ ) 快轴与  $x$  轴正向夹角为  $\theta$  时的 Mueller 矩阵.

入射光 Stokes 矢量  $S_{in}^\dagger = [S_0^\dagger, S_1^\dagger, S_2^\dagger, S_3^\dagger]^T$ , 系统的测量矩阵为  $M$ , 则 CCD1-CCD4 中对应像元的光强度矢量  $I = [I_{path1}, I_{path2}, I_{path3}, I_{path4}]^T$  为

$$I = \begin{bmatrix} M_{path1}(1, 1) & M_{path1}(1, 2) & M_{path1}(1, 3) \\ M_{path2}(1, 1) & M_{path2}(1, 2) & M_{path2}(1, 3) \\ M_{path3}(1, 1) & M_{path3}(1, 2) & M_{path3}(1, 3) \\ M_{path4}(1, 1) & M_{path4}(1, 2) & M_{path4}(1, 3) \\ M_{path1}(1, 4) \\ M_{path2}(1, 4) \\ M_{path3}(1, 4) \\ M_{path4}(1, 4) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_0^\dagger \\ S_1^\dagger \\ S_2^\dagger \\ S_3^\dagger \end{bmatrix} = M \cdot S_{in}^\dagger. \quad (4)$$

若已知测量矩阵  $M$  和光强度矢量  $I$ , 则可获得入射光 Stokes 矢量:

$$S_{in}^\dagger = M^{-1} \cdot I = R \cdot I. \quad (5)$$

## 2.2 波片相位延迟误差建模

PPBS 的分束比为  $T_p/T_s$ , HWP 和 QWP 相位延迟误差分别为  $\sigma$  和  $\delta$  时, 分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统 4 个通道的 Mueller 矩阵  $M_{path1}^\dagger - M_{path4}^\dagger$  和系统测量矩阵  $M^\dagger$  分别如 (6) 式和 (7) 式所示:

$$\begin{cases} M_{path1}^\dagger = P(1, 0) \cdot Ret(-22.5^\circ, (180^\circ + \sigma)) \cdot P(T_p, T_s), \\ M_{path2}^\dagger = P(0, 1) \cdot Ret(-22.5^\circ, (180^\circ + \sigma)) \cdot P(T_p, T_s), \\ M_{path3}^\dagger = P(1, 0) \cdot Ret(45^\circ, (90^\circ + \delta)) \cdot P(1 - T_p, 1 - T_s), \\ M_{path4}^\dagger = P(0, 1) \cdot Ret(45^\circ, (90^\circ + \delta)) \cdot P(1 - T_p, 1 - T_s), \end{cases} \quad (6)$$

$$M^\dagger = \begin{bmatrix} M_{path1}^\dagger(1, 1) & M_{path1}^\dagger(1, 2) & M_{path1}^\dagger(1, 3) & M_{path1}^\dagger(1, 4) \\ M_{path2}^\dagger(1, 1) & M_{path2}^\dagger(1, 2) & M_{path2}^\dagger(1, 3) & M_{path2}^\dagger(1, 4) \\ M_{path3}^\dagger(1, 1) & M_{path3}^\dagger(1, 2) & M_{path3}^\dagger(1, 3) & M_{path3}^\dagger(1, 4) \\ M_{path4}^\dagger(1, 1) & M_{path4}^\dagger(1, 2) & M_{path4}^\dagger(1, 3) & M_{path4}^\dagger(1, 4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(3T_p + T_s) - \cos(\sigma) \cdot (T_p - T_s)}{8} & \frac{(3T_p - T_s) - \cos(\sigma) \cdot (T_p + T_s)}{8} & \frac{-\sqrt{T_p \cdot T_s} \cdot (\cos(\sigma) + 1)}{4} & \frac{\sqrt{\frac{T_p \cdot T_s}{8}} \sin(\sigma)}{8} \\ \frac{(T_p + 3T_s) + \cos(\sigma) \cdot (T_p - T_s)}{8} & \frac{(T_p - 3T_s) + \cos(\sigma) \cdot (T_p + T_s)}{8} & \frac{\sqrt{T_p \cdot T_s} \cdot (\cos(\sigma) + 1)}{4} & \frac{-\sqrt{\frac{T_p \cdot T_s}{8}} \sin(\sigma)}{8} \\ \frac{2 - (T_p + T_s) + \sin(\delta) \cdot (T_p - T_s)}{4} & \frac{(T_s - T_p) + \sin(\delta) \cdot (T_p + T_s - 2)}{4} & 0 & \frac{\sqrt{(1 - T_p) \cdot (1 - T_s)} \cdot \cos(\delta)}{2} \\ \frac{2 - (T_p + T_s) - \sin(\delta) \cdot (T_p - T_s)}{4} & \frac{(T_s - T_p) - \sin(\delta) \cdot (T_p + T_s - 2)}{4} & 0 & \frac{-\sqrt{(1 - T_p) \cdot (1 - T_s)} \cdot \cos(\delta)}{2} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

实际的测量矩阵是包含 HWP 和 QWP 相位延迟误差的测量矩阵  $M^\dagger$ , 则实际的入射光 Stokes 矢量  $S_{in}$  为

$$S_{in} = (M^\dagger)^{-1} \cdot I. \quad (8)$$

由 (5) 式可得计算的入射光 Stokes 矢量  $S_{in}^\dagger$ , 则 Stokes 矢量的测量误差  $e_S$  为

$$e_S = \begin{bmatrix} e_{S0} \\ e_{S1} \\ e_{S2} \\ e_{S3} \end{bmatrix} = S_{in}^\dagger - S_{in} = R \cdot M^\dagger \times S_{in} - S_{in} = (R \cdot M^\dagger - E) \cdot S_{in}, \quad (9)$$

(9) 式中,  $e_{S_i}$  表示 Stokes 矢量  $S_i$  分量的测量误差 (其中  $i = 0, 1, 2, 3$ ),  $E$  为  $4 \times 4$  单位矩阵, 矩阵  $R$  为理论测量矩阵  $M$  的逆矩阵.

对于入射光 Stokes 矢量, 一般关心的是光强的相对值<sup>[21]</sup>, 因此, 本文在接下来的波片相位延迟误差分析中, 将入射光 Stokes 矢量进行归一化处理.

## 3 波片相位延迟误差仿真与分析

本文将采用基于典型基态入射光和基于邦加球采样的两种方法对系统中波片相位延迟误差进行仿真和分析. 基于典型基态入射光的方法通过研



究典型基态入射光的 Stokes 矢量测量误差的变化规律便可分析出任意偏振态的入射光 Stokes 矢量测量误差的变化规律. 邦加球采样的方法可用于更加全面、完备地评估波片相位延迟误差对系统偏振测量精度的影响.

### 3.1 基于典型基态入射光的波片相位延迟误差仿真及分析

任意偏振态的入射光 Stokes 矢量都可分解成

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} &= (1 - l_1 - l_2 - l_3 - l_4 - l_5 - l_6) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + l_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &+ l_2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + l_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + l_4 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + l_5 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + l_6 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \tag{10}
 \end{aligned}$$

(10) 式中,  $l_{2i-1} - l_{2i} = S_i/S_0$  且  $l_{2i-1} \cdot l_{2i} = 0 (i = 1, 2, 3)$ .

由 (9) 式可分别求出自然光、 $0^\circ/90^\circ/45^\circ/135^\circ$  线偏振光、右旋和左旋圆偏振光 Stokes 矢量的测量误差  $\mathbf{e}_S^{(0)} - \mathbf{e}_S^{(6)}$ , 结合 (10) 式可得任意偏振态的入射光 Stokes 矢量测量误差  $\mathbf{e}_S$ :

$$\mathbf{e}_S = (1 - l_1 - l_2 - l_3 - l_4 - l_5 - l_6) \cdot \mathbf{e}_S^{(0)} + l_1 \cdot \mathbf{e}_S^{(1)} + l_2 \cdot \mathbf{e}_S^{(2)} + l_3 \cdot \mathbf{e}_S^{(3)} + l_4 \cdot \mathbf{e}_S^{(4)} + l_5 \cdot \mathbf{e}_S^{(5)} + l_6 \cdot \mathbf{e}_S^{(6)}. \tag{11}$$

表 1 为分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统的设计参数, 以其为仿真参数, 则入射光分别为自然光、 $0^\circ/90^\circ/45^\circ/135^\circ$  线偏振光、右旋和左旋圆偏振光时, HWP 和 QWP 相位延迟误差对入射光 Stokes 参数测量误差的影响如图 2 所示. 其中  $x$  轴和  $y$  轴分别为 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  (单位:  $^\circ$ ),  $z$  轴为入射光 Stokes 参数测量误差.

由图 2 可知, 系统中同时存在 HWP 相位延迟

表 1 分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统设计参数

Table 1. Parameters of division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system.

参数名称	参数值
1/2波片相位延迟量 (Retardance of HWP)	$180^\circ$
1/4波片相位延迟量 (Retardance of QWP)	$90^\circ$
1/2波片快轴方位角 (Fast axis orientation of HWP)	$-22.5^\circ$
1/4波片快轴方位角 (Fast axis orientation of QWP)	$45^\circ$
部分偏振分束器分束比 (Splitting ratio of PPBS)	$T_p/T_s = 0.8/0.2$

7 种典型基态入射光 (自然光、 $0^\circ/90^\circ/45^\circ/135^\circ$  线偏振光、右旋和左旋圆偏振光) Stokes 矢量的线性组合. 通过分析 7 种典型基态入射光的 Stokes 矢量测量误差, 便可解析任意偏振态的入射光 Stokes 矢量测量误差.

归一化的任意偏振态的 Stokes 矢量  $\mathbf{S}_{in}$  分解成自然光、 $0^\circ/90^\circ/45^\circ/135^\circ$  线偏振光、右旋和左旋圆偏振光 Stokes 矢量的线性组合表示为

误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  时, 7 种典型基态入射光  $S_0$  分量和  $S_1$  分量的测量误差均为 0,  $S_2$  分量的测量误差仅受  $\sigma$  的影响,  $S_3$  分量的测量误差仅受  $\delta$  的影响.

已知 7 种基态入射光 Stokes 矢量测量误差时, 利用 (11) 式便可解析出任意偏振态的入射光 Stokes 矢量测量误差. 由图 2 和 (11) 式分析可知, 系统中同时存在 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  时, 任意偏振态的入射光的  $S_0$  分量和  $S_1$  分量的测量误差均为 0, 任意偏振态的入射光  $S_2$  分量的测量误差仅受  $\sigma$  的影响, 任意偏振态的入射光  $S_3$  分量的测量误差仅受  $\delta$  影响.

### 3.2 基于邦加球采样的波片相位延迟误差仿真与分析

由 (9) 式可知, Stokes 矢量测量误差随着入射光 Stokes 矢量的变化而变化, 为了更加完备地评估波片相位延迟误差对分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统的 Stokes 矢量测量精度的影响, 需要分析不同偏振态的 Stokes 矢量作为入射光时波片相位延迟误差对系统的 Stokes 矢量测量精度的影响.

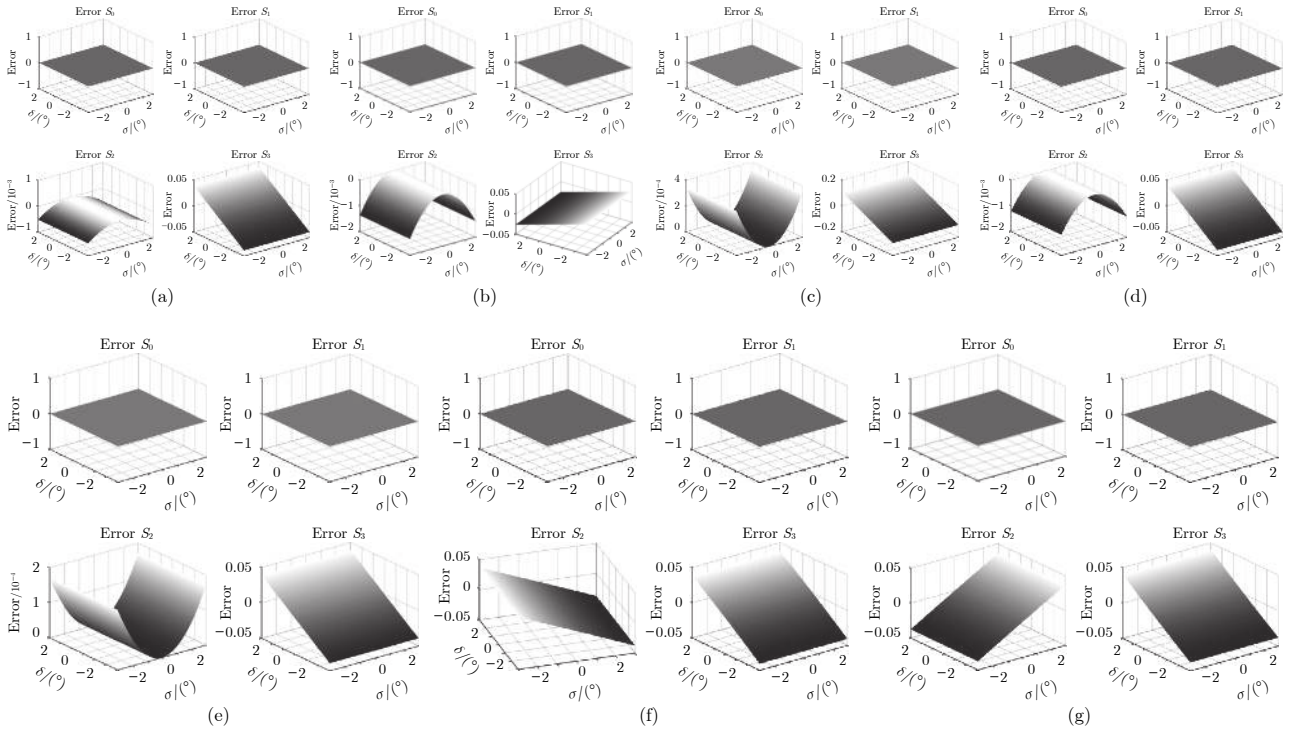


图 2 不同入射光情况下的 Stokes 参数测量误差 (a) 自然光; (b) 0° 线偏光; (c) 90° 线偏光; (d) 45° 线偏光; (e) 135° 线偏光; (f) 右旋圆偏光; (g) 左旋圆偏光

Fig. 2. Errors of Stokes parameters of different incident light: (a) Unpolarized light; (b) 0° liner polarized light; (c) 90° liner polarized light; (d) 45° liner polarized light; (e) 135° liner polarized light; (f) right circularly polarized light; (g) left circularly polarized light.

本文采用在邦加球的球面上或球内均匀地选取不同偏振态的 Stokes 矢量作为入射光, 进而评估 HWP 和 QWP 相位延迟误差对系统的偏振测量精度的影响. 在邦加球球面上或球内均匀采样时的任意偏振态的 Stokes 矢量为

$$\begin{cases} \mathbf{S}_n = [ 1 & P \cos(2\chi_n) \cos(2\psi_n) & P \cos(2\chi_n) \sin(2\psi_n) & P \sin(2\chi_n) ]^T, \\ \chi_n = \frac{n \cdot \pi}{2 \cdot N_\chi \cdot N_\psi} - \frac{\pi}{4}; & \psi_n = \frac{n \cdot \pi}{N_\psi}; & n = 1, 2, \dots, N_\chi \cdot N_\psi; & \psi_n \in [0, \pi]; & \chi_n \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right], \end{cases} \quad (12)$$

式中  $\mathbf{S}_n$  为邦加球球面上或球内的第  $n$  个人射光采样点的归一化 Stokes 矢量,  $P$  为偏振度,  $\chi_n$  和  $\psi_n$  分别为第  $n$  个人射光采样点  $\mathbf{S}_n$  的椭圆度角和偏振角,  $N_\chi$  表示从邦加球的南极到北极围绕球体采样的圆周个数,  $N_\psi$  表示每个采样圆周上的采样点数.

令 (12) 式中的  $P = 1$ ,  $N_\chi = 20$ ,  $N_\psi = 50$ , 则图 3 为邦加球球面上 1000 个不同偏振态的 Stokes 矢量的三维分布和 Stokes 参数的数值分布.

以表 1 中的系统设计参数作为仿真参数, 以图 3 中的 1000 个 Stokes 矢量作为入射光采样点, 则图 4(a) 和图 4(b) 分别为仅存在 1° 的 HWP 相位延迟误差时和仅存在 1° 的 QWP 相位延迟误差时 1000 个人射光采样点的 Stokes 参数  $S_0$ — $S_3$  测量误差. 图 4 中横坐标为入射光采样点从邦加球南极到北极的采样序号, 纵坐标为 Stokes 参数测量误差.

由图 4(a) 可知, HWP 相位延迟误差  $\sigma$  仅影响入射光  $S_2$  分量的测量精度, 从邦加球的南极到赤道的采样过程中 (即采样序号  $n$  从 1 到 500 的过程中),  $S_2$  分量测量误差的绝对值逐渐变小; 从邦加球的赤道到北极的采样过程中 (即采样序号  $n$  从 500 到 1000 的过程中),  $S_2$  分量测量误差的绝对值逐渐变大. 由此可知, 入射光的椭圆度角的绝对值越小, 则  $S_2$  分量测量误差的绝对值越小.

由图 4(b) 可知, QWP 相位延迟误差  $\delta$  仅影响入射光  $S_3$  分量的测量精度, 从邦加球的南极到赤道的采样过程中 (即采样序号  $n$  从 1 到 500 的过程中),  $S_3$  分量测量误差的振幅逐渐变大; 从邦加球的赤道到北极的采样过程中 (即采样序号  $n$  从 500 到 1000 的过程中),  $S_3$  分量测量误差的振幅逐渐变小. 由此可知, 入射光的椭圆度角的绝对值越

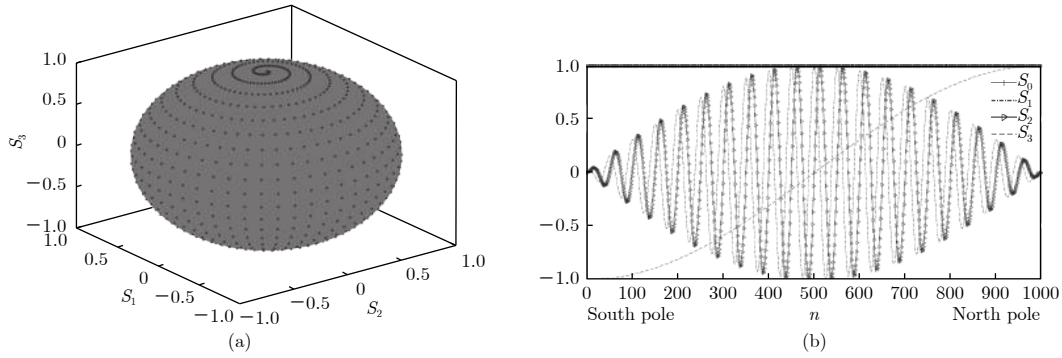


图 3 邦加球球面上选取 1000 个不同偏振态的 Stokes 矢量的 (a) 三维分布和 (b) Stokes 参数的数值分布

Fig. 3. (a) 3D distribution and (b) stokes parameters values of 1000 Stokes vectors different degrees of polarization selected on the Poincaré sphere.

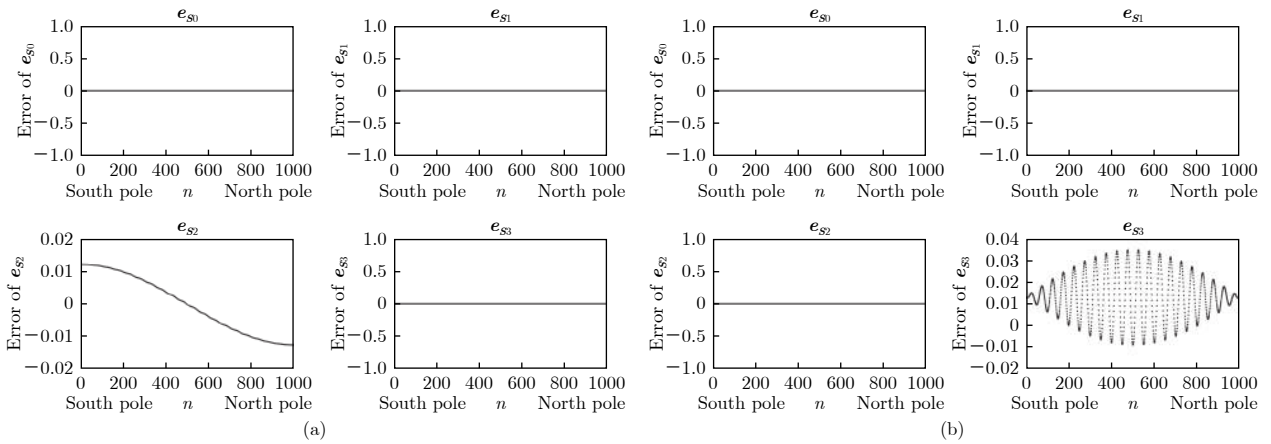


图 4 1000 个邦加球球面上的入射光采样点的 Stokes 参数测量误差 (a) 仅存在 1° 的 HWP 相位延迟误差; (b) 仅存在 1° 的 QWP 相位延迟误差

Fig. 4. The measurement errors of Stokes parameters of 1000 incident light sampling points selected on the Poincaré sphere is simulated: (a) There is only 1° phase delay error of HWP; (b) there is only 1° phase delay error of QWP in the system.

小,  $S_3$  分量测量误差的振幅越大; 入射光的椭圆度角恒定时,  $S_3$  分量的测量误差随入射光的偏振角变化而变化 (在邦加球赤道处, 即入射光为线偏振光时,  $S_3$  分量的测量误差受入射光偏振角的影响最大).

HWP 和 QWP 相位延迟误差分别为  $\sigma$  和  $\delta$  时, 入射光采样点 (采样总数为  $N_\chi \cdot N_\psi$ ) 的偏振度均为  $P$  时, 在  $N_\chi \cdot N_\psi$  个入射光采样点中  $S_i$  分量测量误差绝对值的最大值  $\max\_e_{S_i}(\sigma, \delta, P)$  (其中  $i = 0, 1, 2, 3$ ) 为

$$\begin{cases} \max\_e_{S_i}(\sigma, \delta, P) = \max(|e_{S_i}(\sigma, \delta, P, n)|), \\ i = 0, 1, 2, 3; n = 1, 2, \dots, N_\chi \cdot N_\psi, \end{cases} \quad (13)$$

其中  $e_{S_i}(\sigma, \delta, P, n)$  表示 HWP 相位延迟误差为  $\sigma$ 、QWP 相位延迟误差为  $\delta$  且入射光采样点 (采样总数为  $N_\chi \cdot N_\psi$ ) 的偏振度均为  $P$  时第  $n$  个入射光采样点的  $S_i$  分量的测量误差. 与 (13) 式对应的偏振

测量精度  $\text{acc\_S}(\sigma, \delta, P)$  定义为

$$\text{acc\_S}(\sigma, \delta, P) = \max(\max\_e_{S_i}(\sigma, \delta, P)) \times 100\%, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (14)$$

由图 4 可知, 仅存在 1° 的 HWP 相位延迟误差且入射光采样点均为完全偏振光时, 偏振测量精度  $\text{acc\_S}(\sigma = 1^\circ, \delta = 0, P = 1)$  为 1.23%; 仅存在 1° 的 QWP 相位延迟误差且入射光采样点均为完全偏振光时, 偏振测量精度  $\text{acc\_S}(\sigma = 0, \delta = 1^\circ, P = 1)$  为 3.48%.

以表 1 中的系统设计参数作为仿真参数, 分别令 (12) 式中的偏振度  $P$  为 1.0, 0.8, 0.5, 0.2 和 0.1, 不同偏振度对应的采样总数均为 1000 (即 (12) 式中恒有  $N_\chi = 20, N_\psi = 50$ ), 则当入射光采样点分别为邦加球球面上的完全偏振光 ( $P = 1$ ) 和邦加球球内的部分偏振光 ( $P$  为 0.8, 0.5, 0.2 和 0.1) 时, HWP 相位延迟误差  $\sigma$  或 QWP 相位延迟误差  $\delta$  对

偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P)$  影响的仿真结果如图 5 所示。

在图 5(a) 中, 横坐标为 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  (单位为  $^\circ$ ), 纵坐标为偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta = 0, P)$ , 当偏振度  $P$  恒定时,  $\text{acc}_S(\sigma, \delta = 0, P)$  的值随  $|\sigma|$  增大而增大; 当  $\sigma$  恒定时,  $\text{acc}_S(\sigma, \delta = 0, P)$  的值随偏振度  $P$  增大而增大。

在图 5(b) 中, 横坐标为 QWP 相位延迟误差  $\delta$  (单位为  $^\circ$ ), 纵坐标为偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma = 0, \delta, P)$ , 当偏振度  $P$  恒定时,  $\text{acc}_S(\sigma = 0, \delta, P)$  的值随  $|\delta|$  增大而增大; 当  $\delta$  恒定时,  $\text{acc}_S(\sigma = 0, \delta, P)$  的值随偏振度  $P$  增大而增大。

图 5(c) 为 HWP 和 QWP 相位延迟耦合误差对偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P)$  的影响,  $\sigma$  和  $\delta$  恒定时,  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P)$  的值随偏振度  $P$  增大而增大。

由图 5 可知, HWP 相位延迟误差  $\sigma$  或 QWP 相位延迟误差  $\delta$  恒定时, 入射光采样点的偏振度  $P = 1$  时对应的偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P = 1)$  为最大值, 因此, 采用  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P = 1)$  来评估分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统的偏振测量精度. 系统中同时存在 HWP 和 QWP 相位延迟误差时, 系统的偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta)$  定义为

$$\text{acc}_S(\sigma, \delta) = \text{acc}_S(\sigma, \delta, P = 1). \quad (15)$$

### 3.3 波片相位延迟误差对偏振度测量精度的影响

偏振度的测量精度是评价分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统性能的重要指标, 入射光的 Stokes 矢量  $\mathbf{S}_m = [S_0, S_1, S_2, S_3]^T$  时, 偏振度  $P = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}/S_0$ . 系统中同时存在 HWP 相位

延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  时, 入射光的偏振度为  $P$  时的偏振度测量误差  $\Delta P(\sigma, \delta, P)$  为

$$\Delta P(\sigma, \delta, P) = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial P}{\partial S_i} \cdot \Delta S_i = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial P}{\partial S_i} \cdot e_{S_i}. \quad (16)$$

由图 2 和 (11) 式分析可知, 系统中同时存在 HWP 和 QWP 相位延迟误差时, 任意偏振态的入射光  $S_0$  分量的测量误差  $e_{S_0}$  和  $S_1$  分量的测量误差  $e_{S_1}$  均为 0. 因此 (16) 式简化为

$$\begin{aligned} \Delta P(\sigma, \delta, P) &= \frac{\partial P}{\partial S_2} \cdot e_{S_2} + \frac{\partial P}{\partial S_3} \cdot e_{S_3} \\ &= \frac{S_2 \cdot e_{S_2} + S_3 \cdot e_{S_3}}{S_0 \cdot \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

以表 1 中的系统设计参数作为仿真参数, 以图 3 中的 1000 个邦加球球面上 (偏振度  $P$  均为 1) 的 Stokes 矢量作为入射光采样点, 则图 6(a) 和图 6(b) 分别为仅存在  $1^\circ$  的 HWP 相位延迟误差时和仅存在  $1^\circ$  的 QWP 相位延迟误差时 1000 个邦加球球面上的入射光采样点的偏振度测量误差。

由图 6(a) 可知, 系统中仅存在 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  时, 入射光从邦加球的南极到赤道的采样过程中 (或者入射光从邦加球的赤道到北极的采样过程中), 偏振度测量误差  $\Delta P(\sigma=1^\circ, \delta=0, P=1)$  的振幅先增大后减小, 由此可知, 入射光为椭圆偏振光时,  $\Delta P(\sigma=1^\circ, \delta=0, P=1)$  随入射光偏振角的变化而变化 (入射光的椭圆度角为  $\pm 45^\circ$  时,  $\Delta P(\sigma=1^\circ, \delta=0, P=1)$  受入射光偏振角的影响最大). 由图 6(b) 可知, 系统中仅存在 QWP 相位延迟误差  $\delta$  时, 入射光从邦加球的南极到赤道的采样过程中 (或者入射光从邦加球的赤道到北极的采样过程中), 偏振度测量误差  $\Delta P(\sigma=0, \delta=1^\circ, P=1)$  的振幅先增大后减小, 入射光为椭圆偏振光时,  $\Delta P(\sigma=0, \delta=1^\circ, P=1)$  随入射光偏

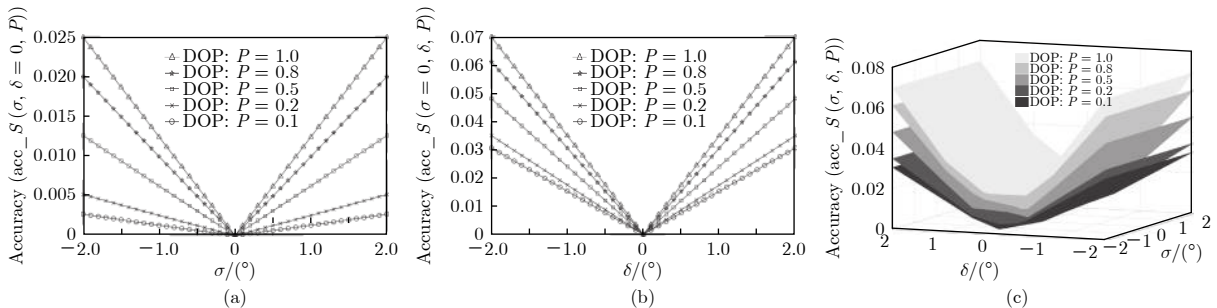


图 5 不同偏振度的采样点作为入射光时对偏振测量精度的影响 (a) 仅 HWP 相位延迟误差; (b) 仅 QWP 相位延迟误差; (c) HWP 和 QWP 相位延迟耦合误差

Fig. 5. When the sampling points with different degrees of polarization are used as incident light, the effect of measurement accuracy: (a) The phase delay error of the HWP; (b) the phase delay error of the QWP; (c) the phase delay errors of the HWP and the QWP on polarization.



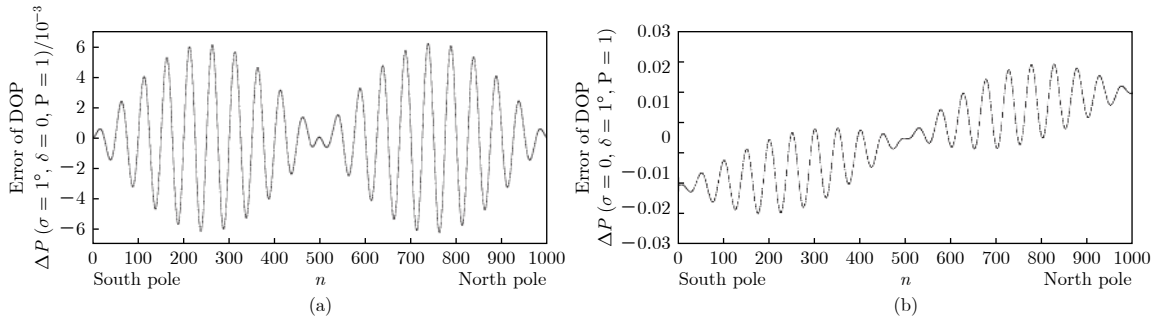


图 6 1000 个邦加球面上的入射光采样点的偏振度测量误差 (a) 仅存在 1° 的 HWP 相位延迟误差; (b) 仅存在 1° 的 QWP 相位延迟误差

Fig. 6. The measurement errors of DOP of 1000 incident light sampling points selected on the Poincaré sphere is simulated: (a) There is only 1° phase delay error of HWP; (b) there is only 1° phase delay error of QWP in the system.

振角的变化而变化.

系统中存在 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  时, 令 (12) 式中的  $N_\chi = 20$ ,  $N_\psi = 50$ , 对于偏振度均为  $P$  的 1000 个入射光采样点, 选择偏振度测量误差绝对值的最大值作为入射光偏振度为  $P$  时的偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P)$ . 由图 6 可知, 系统中仅存在 1° 的 HWP 相位延迟误差时, 入射光偏振度为 1 时的偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma = 1^\circ, \delta = 0, P = 1)$  为 0.61%; 系统中仅存在 1° 的 QWP 相位延迟误差时, 入射光偏振度为 1 时的偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma = 0, \delta = 1^\circ, P = 1)$  为 2.08%.

以表 1 中的系统设计参数作为仿真参数, 分别令 (12) 式中偏振度  $P$  为 1, 0.8, 0.5, 0.2 和 0.1, 不同偏振度对应的入射光采样总数均为 1000 (即 (12) 式中恒有  $N_\chi = 20$ ,  $N_\psi = 50$ ), HWP 相位延迟误差  $\sigma \in (-2^\circ, 2^\circ)$  且 QWP 相位延迟误差  $\delta \in (-2^\circ, 2^\circ)$  时, 则入射光的偏振度  $P$  分别为 1, 0.8, 0.5, 0.2 和 0.1 时的偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P)$  的仿真结果如图 7 所示. 由图 7 可知,  $\sigma$  和  $\delta$  恒定时, 入射光的偏振度  $P$  越大, 偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P)$  的值越大, 因此选择入射光的偏振度  $P = 1$  时对应的偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P = 1)$  来评估系统的偏振度测量精度.

以表 1 中的系统设计参数作为仿真参数, 以图 3 中 1000 个偏振度  $P$  均为 1 的 Stokes 矢量作为入射光采样点, 则表 2 和表 3 分别为系统的偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P = 1)$  和系统偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta)$  随 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  的变化关系.

为了满足气溶胶光学参数探测、目标和背景偏振探测等应用需求, 要求分振幅型同时偏振成

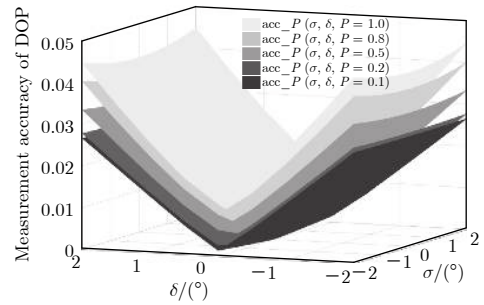


图 7 入射光的偏振度  $P$  分别为 1.0, 0.8, 0.5, 0.2 和 0.1 时, 偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P)$  随 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  的变化关系

Fig. 7. Variation relation of measure accuracy  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P)$  of DOP with the phase delay error of HWP and the phase delay error of QWP under the condition of  $P = 1.0, 0.8, 0.5, 0.2$  and 0.1.

像系统的偏振测量精度优于 2%. 由表 2 和表 3 可知, 系统中同时存在 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  时, 恒有  $\text{acc}_S(\sigma, \delta) > \text{acc}_P(\sigma, \delta, P = 1)$ . 为保证系统偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta)$  和系统的偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P = 1)$  均在 2% 以内, 则 HWP 相位延迟误差应在  $\pm 1.6^\circ$  内, QWP 相位延迟误差应在  $\pm 0.5^\circ$  内.

#### 4 实验结果与分析

为了验证本文对分振幅型全 Stokes 偏振成像系统波片相位延迟误差分析结论的正确性, 搭建了如图 8 所示的实验光路, 实验光路由偏振态发生器 (polarization state generator, PSG)、四分束偏振分析器 (four-paths polarization analyzer) 和陷阱探测器 (trap detector) 组成. 其中, PSG 由 He-Ne 激光器、激光功率控制器 (laser power controller, LPC)、退偏器、安装在电动转台上的偏振片和

表 2 系统偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P=1)$  随 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  的变化关系

Table 2. Variation relation of measure accuracy  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P=1)$  of DOP with the phase delay error  $\sigma$  of HWP and the phase delay error  $\delta$  of QWP.

$\sigma$	$\delta$								
	$-1.0^\circ$	$-0.9^\circ$	$-0.6^\circ$	$-0.5^\circ$	$0^\circ$	$0.5^\circ$	$0.6^\circ$	$0.9^\circ$	$1.0^\circ$
$-3.2^\circ$	3.22%	3.07%	2.65%	2.53%	2.03%	2.54%	2.68%	3.11%	3.26%
$-3.1^\circ$	3.17%	3.02%	2.59%	2.47%	<b>1.97%</b>	2.48%	2.62%	3.05%	3.20%
$-1.7^\circ$	2.50%	2.32%	<b>1.82%</b>	<b>1.66%</b>	<b>1.06%</b>	<b>1.67%</b>	<b>1.83%</b>	2.33%	2.50%
$-1.6^\circ$	2.46%	2.28%	<b>1.77%</b>	<b>1.61%</b>	<b>1.00%</b>	<b>1.62%</b>	<b>1.78%</b>	2.28%	2.46%
$-0.5^\circ$	2.13%	<b>1.92%</b>	<b>1.31%</b>	<b>1.12%</b>	<b>0.31%</b>	<b>1.12%</b>	<b>1.31%</b>	<b>1.92%</b>	2.13%
$0^\circ$	2.09%	<b>1.88%</b>	<b>1.25%</b>	<b>1.04%</b>	<b>0</b>	<b>1.04%</b>	<b>1.25%</b>	<b>1.88%</b>	2.09%
$0.5^\circ$	2.13%	<b>1.92%</b>	<b>1.32%</b>	<b>1.12%</b>	<b>0.31%</b>	<b>1.12%</b>	<b>1.32%</b>	<b>1.92%</b>	2.13%
$1.6^\circ$	2.45%	2.27%	<b>1.77%</b>	<b>1.62%</b>	<b>1.00%</b>	<b>1.61%</b>	<b>1.77%</b>	2.27%	2.45%
$1.7^\circ$	2.49%	2.31%	<b>1.82%</b>	<b>1.67%</b>	<b>1.06%</b>	<b>1.66%</b>	<b>1.82%</b>	2.31%	2.49%
$3.1^\circ$	3.20%	3.05%	2.64%	2.50%	<b>1.95%</b>	2.46%	2.59%	3.02%	3.17%
$3.2^\circ$	3.25%	3.11%	2.70%	2.57%	2.02%	2.52%	2.65%	3.07%	3.22%

表 3 系统偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta)$  随 HWP 相位延迟误差  $\sigma$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta$  的变化关系

Table 3. Variation relation of system polarization measurement accuracy  $\text{acc}_S(\sigma, \delta)$  with the phase delay error  $\sigma$  of HWP and the phase delay error  $\delta$  of QWP.

$\sigma$	$\delta$								
	$-1.0^\circ$	$-0.9^\circ$	$-0.6^\circ$	$-0.5^\circ$	$0^\circ$	$0.5^\circ$	$0.6^\circ$	$0.9^\circ$	$1.0^\circ$
$-3.2^\circ$	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%
$-3.1^\circ$	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%
$-1.7^\circ$	3.48%	3.14%	2.11%	2.11%	2.11%	2.11%	2.11%	3.14%	3.48%
$-1.6^\circ$	3.48%	3.14%	2.09%	<b>1.99%</b>	<b>1.99%</b>	<b>1.99%</b>	2.09%	3.14%	3.48%
$-0.5^\circ$	3.48%	3.14%	2.09%	<b>1.74%</b>	<b>0.62%</b>	<b>1.74%</b>	2.09%	3.14%	3.48%
$0^\circ$	3.48%	3.14%	2.09%	<b>1.74%</b>	<b>0</b>	<b>1.74%</b>	2.09%	3.14%	3.48%
$0.5^\circ$	3.48%	3.14%	2.09%	<b>1.74%</b>	<b>0.62%</b>	<b>1.74%</b>	2.09%	3.14%	3.48%
$1.6^\circ$	3.48%	3.14%	2.09%	<b>1.99%</b>	<b>1.99%</b>	<b>1.99%</b>	2.09%	3.14%	3.48%
$1.7^\circ$	3.48%	3.14%	2.11%	2.11%	2.11%	2.11%	2.11%	3.14%	3.48%
$3.1^\circ$	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%	3.88%
$3.2^\circ$	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%	4.01%

QWP 组成; 四分束偏振分析器由 PPBS, HWP, QWP, PBS1 和 PBS2 组成.

光路中 PSG 和四分束偏振分析器的主要参数分别如表 4 和表 5 所列. 实验中四分束偏振分析器 4 个通道的 Mueller 矩阵  $M_{\tau, \text{path}1} - M_{\tau, \text{path}4}$  为

$$\begin{cases}
 M_{\tau, \text{path}1}(\sigma, \delta) = \mathbf{P} \left( T_p^{(\text{PBS1})}, T_s^{(\text{PBS1})} \right) \cdot \mathbf{Ret} \left( -22.5^\circ, (180^\circ + \sigma) \right) \cdot \mathbf{P} \left( T_p^{(\text{PPBS})}, T_s^{(\text{PPBS})} \right), \\
 M_{\tau, \text{path}2}(\sigma, \delta) = \mathbf{P} \left( 1 - T_p^{(\text{PBS1})}, 1 - T_s^{(\text{PBS1})} \right) \cdot \mathbf{Ret} \left( -22.5^\circ, (180^\circ + \sigma) \right) \cdot \mathbf{P} \left( T_p^{(\text{PPBS})}, T_s^{(\text{PPBS})} \right), \\
 M_{\tau, \text{path}3}(\sigma, \delta) = \mathbf{P} \left( T_p^{(\text{PBS2})}, T_s^{(\text{PBS2})} \right) \cdot \mathbf{Ret} \left( 45^\circ, (90^\circ + \delta) \right) \cdot \mathbf{P} \left( 1 - T_p^{(\text{PPBS})}, 1 - T_s^{(\text{PPBS})} \right), \\
 M_{\tau, \text{path}4}(\sigma, \delta) = \mathbf{P} \left( 1 - T_p^{(\text{PBS2})}, 1 - T_s^{(\text{PBS2})} \right) \cdot \mathbf{Ret} \left( 45^\circ, (90^\circ + \delta) \right) \cdot \mathbf{P} \left( 1 - T_p^{(\text{PPBS})}, 1 - T_s^{(\text{PPBS})} \right).
 \end{cases} \quad (18)$$

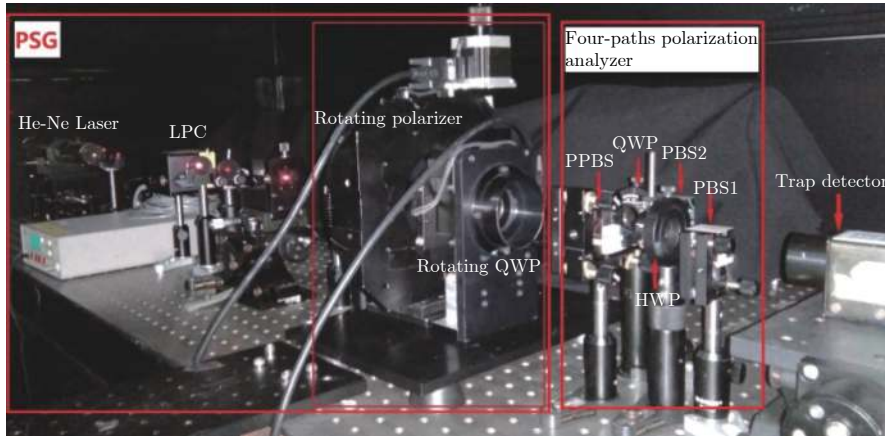


图 8 波片相位延迟误差分析实验光路

Fig. 8. Experimental optical path of wave plate phase delay error analysis.

表 4 实验光路中 PSG 的主要参数

Table 4. Parameters of PSG in the experimental optical path.

参数名称	参数值
He-Ne激光器输出波长	632.99 nm
He-Ne激光器光强稳定性	$\pm 0.1\%$
电动转台旋转精度	$0.005^\circ$
偏振片消光系数	$\geq 10000:1$
零级QWP相位延迟量	$89.87^\circ @ 632.99 \text{ nm}$

表 5 实验光路中四分束偏振分析器的主要参数

Table 5. Parameters of the four-paths polarization analyzer in the experimental optical path.

参数名称	参数值
PPBS分束比 $T_p^{(\text{PPBS})}/T_s^{(\text{PPBS})}$	0.788/0.191
零级HWP相位延迟量	$179.74^\circ @ 632.99 \text{ nm}$
零级QWP相位延迟量	$89.87^\circ @ 632.99 \text{ nm}$
零级HWP快轴方位角	$-22.5^\circ$
零级QWP快轴方位角	$45^\circ$
PBS1分束比 $T_p^{(\text{PBS1})}/T_s^{(\text{PBS1})}$	0.981/0.0007
PBS2分束比 $T_p^{(\text{PBS2})}/T_s^{(\text{PBS2})}$	0.988/0.0008

将表 5 中 PPBS, PBS1 和 PBS2 的分束比代入 (18) 式, 并令  $\sigma = -0.26^\circ$  和  $\delta = -0.13^\circ$ , 得到四分束偏振分析器的实际测量矩阵  $\mathbf{M}_1^\dagger$ . 将表 5 中 PPBS, PBS1 和 PBS2 的分束比代入 (18) 式, 并令  $\sigma = 0$  和  $\delta = 0$ , 得到估算的测量矩阵  $\mathbf{M}_0$ .

实验中定义入射光的传播方向为  $z$  轴的正方向, 垂直于实验平台向上为  $y$  轴的正方向 (坐标系满足右手法则). 利用 PSG 产生偏振度为 1 的标准偏振光, PSG 起始状态为: QWP 快轴与  $x$  轴的夹角为  $0^\circ$ , 偏振片的透光轴与  $x$  轴的夹角为  $-45^\circ$ .

将 PSG 中的 QWP 以步长  $\omega = 6^\circ$  进行逆时针旋转, PSG 中的偏振片以步长  $\varpi = \omega + 0.3^\circ = 6.3^\circ$  进行逆时针旋转, 同时旋转  $n$  次共产生 300 个不同偏振态的完全偏振光  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{\text{PSG}}(n) (n = 1, 2, \dots, 300)$ , 相当于 (12) 式中的  $P = 1, N_\chi = 10, N_\psi = 30$ , 均匀分布在邦加球球面上的 300 个采样点.

利用陷阱探测器对 4 个通道的出射光强进行测量, 可得与  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{\text{PSG}}(n)$  对应的光强度矢量  $\mathbf{I}_1(n) = [I_{1,\text{path1}}(n), I_{1,\text{path2}}(n), I_{1,\text{path3}}(n), I_{1,\text{path4}}(n)]^T (n = 1, 2, \dots, 300)$ , 与  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{\text{PSG}}(n)$  对应的真实值为  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{real})}(n) = (\mathbf{M}_1^\dagger)^{-1} \cdot \mathbf{I}_1(n) (n = 1, 2, \dots, 300)$ , 归一化后的真实值为  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{real})}(n) (n = 1, 2, \dots, 300)$ .

由 (9) 式可得入射光 Stokes 矢量的估算值为  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{estimated})}(n) = (\mathbf{M}_0)^{-1} \cdot \mathbf{M}_1^\dagger \cdot \mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{real})}(n) (n = 1, 2, \dots, 300)$ , 入射光 Stokes 矢量的测量误差为  $\mathbf{e}_S^{(1)}(n) = \mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{estimated})}(n) - \mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{real})}(n) (n = 1, 2, \dots, 300)$ . 偏振度  $P = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}/S_0$ , 由  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{real})}(n)$  和  $\mathbf{S}_{\text{in}}^{(1,\text{estimated})}(n)$  可分别获得入射光的真实偏振度  $P^{(1,\text{real})}(n)$  和估算偏振度  $P^{(1,\text{estimated})}(n)$ , 偏振度的测量误差为  $P^{(1,\text{error})}(n) = P^{(1,\text{estimated})}(n) - P^{(1,\text{real})}(n) (n = 1, 2, \dots, 300)$ .

处理数据得, 光路中 HWP 相位延迟误差  $\sigma = -0.26^\circ$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta = -0.13^\circ$  同时存在时, 入射光 Stokes 矢量和偏振度的测量结果如图 9 所示, 入射光从邦加球的南极到北极的采样过程中,  $S_0$  分量的测量误差和  $S_1$  分量的测量误差为 0,  $S_2$  分量测量误差的绝对值先减小后增大,  $S_3$  分量测量误差的振幅先增大后减小, 与图 4 仿真结果的变化规律一致. 入射光从邦加球的南极到赤道的采样过程中 (或从邦加球的赤道到北极的采样过程

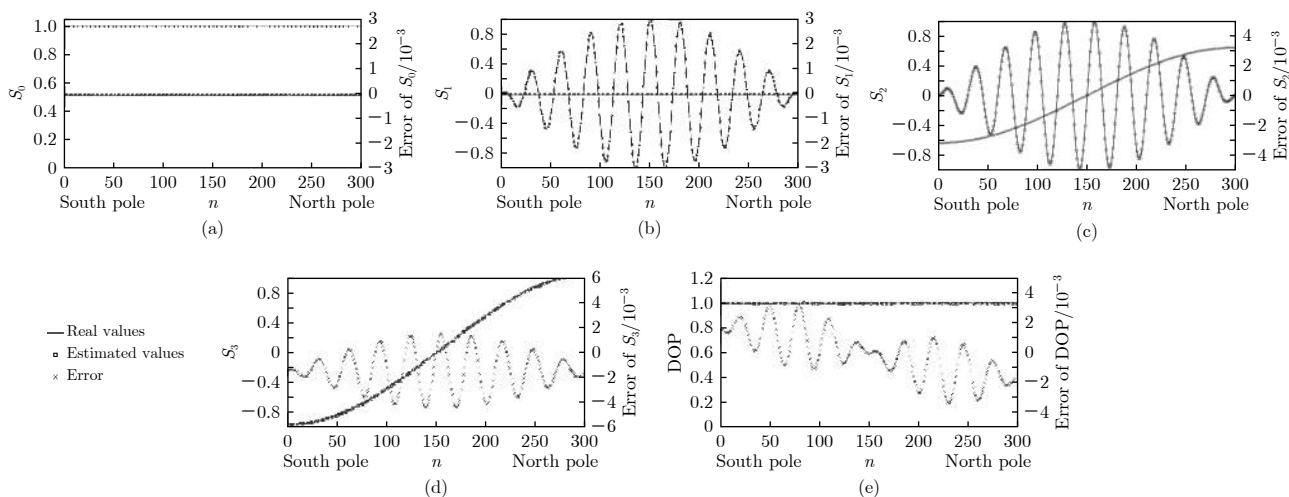


图 9 实验中 HWP 相位延迟误差  $\sigma = -0.26^\circ$  和 QWP 相位延迟误差  $\delta = -0.13^\circ$  时的测量结果 入射光 (a)  $S_0$  分量; (b)  $S_1$  分量; (c)  $S_2$  分量; (d)  $S_3$  分量; (e) 偏振度

Fig. 9. Measurement results: (a)  $S_0$  component; (b)  $S_1$  component; (c)  $S_2$  component; (d)  $S_3$  component; (e) DOP of the incident light under the condition of  $\sigma = -0.26^\circ$  and  $\delta = -0.13^\circ$ .

中), 偏振度测量误差的振幅先增大后减小, 与图 6 仿真结果的变化规律相符。

图 9 结果显示, 偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma = -0.26^\circ, \delta = -0.13^\circ, P = 1)$  为 0.44%, 偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma = -0.26^\circ, \delta = -0.13^\circ, P = 1)$  为 0.33%, 与表 2 和表 3 的仿真结果相符合, 即 HWP 相位延迟误差在  $\pm 1.6^\circ$  内, 且 QWP 相位延迟误差在  $\pm 0.5^\circ$  内时, 偏振测量精度和偏振度测量精度均小于 2%。

## 5 结 论

本文针对分振幅型全 Stokes 同时偏振成像仪中 HWP 和 QWP 相位延迟误差对入射光 Stokes 矢量测量精度影响较大的问题, 建立了包含 HWP 和 QWP 相位延迟误差的 Stokes 矢量测量误差模型, 仿真了自然光、 $0^\circ/90^\circ/45^\circ/135^\circ$  线偏振光、右旋和左旋圆偏振光分别作为入射光时, HWP 和 QWP 相位延迟耦合误差对 Stokes 矢量测量误差的影响, 给出了求解任意偏振态入射光的 Stokes 矢量测量误差的方法. 仿真结果表明, 同时存在 HWP 和 QWP 相位延迟误差时, 任意偏振态的入射光的  $S_0$  分量和  $S_1$  分量的测量误差均为 0, 任意偏振态的入射光  $S_2$  分量的测量误差仅受 HWP 相位延迟误差的影响, 任意偏振态入射光  $S_3$  分量的测量误差仅受 QWP 相位延迟误差的影响. 为了更加完备地分析 HWP 和 QWP 相位延迟误差对系统偏振测量精度的影响, 本文提出分别在邦加球的

球面和球内选取不同偏振度的 Stokes 矢量作为入射光, 在此基础上仿真了 HWP 和 QWP 相位延迟误差对偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P)$  和偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P)$  的影响. 仿真结果表明, HWP 和 QWP 相位延迟误差恒定时, 偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P)$  的值和偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P)$  的值都随着偏振度  $P$  的增大而增大, 因此, 选取入射光偏振度为 1 时对应的偏振测量精度  $\text{acc}_S(\sigma, \delta, P = 1)$  和偏振度测量精度  $\text{acc}_P(\sigma, \delta, P = 1)$  来评估系统. 为保证系统偏振测量精度和偏振度测量精度均在 2% 内, HWP 相位延迟误差应在  $\pm 1.6^\circ$  内, QWP 相位延迟误差应在  $\pm 0.5^\circ$  内. 这对分振幅型全 Stokes 同时偏振成像系统的光学参数设计、波片相位延迟的加工精度要求和系统研制具有重要的意义。

## 参考文献

- [1] Zhao H J, Xu W J 2016 *Sensors* **16** 1223
- [2] Han P L, Liu F, Zhang G, Tao Y, Shao X P 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 054202 (in Chinese) [韩平丽, 刘飞, 张广, 陶禹, 邵晓鹏 2018 物理学报 **67** 054202]
- [3] Teimuraz K, Giorgi K, Barbara K, Giorge K, Vazha K, Eldar K, Otari K, David K 2017 *A & A* **2** 20
- [4] Qian H H, Meng B H, Yuan Y L, Hong J, Zhang M M, Li S, Qiu Z W 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 100701 (in Chinese) [钱鸿鸿, 孟炳寰, 袁银麟, 洪津, 张苗苗, 李双, 裘桢炜 2017 物理学报 **66** 100701]
- [5] Huang X, Bai J, Wang K, Liu Q, Luo Y, Yang K, Zhang X 2017 *Opt. Express* **25** 001173
- [6] Jacques S L, Roussel S, Samatham R 2016 *J. Biomed. Opt.* **21** 071115



- [7] Azzam R M A 1982 *Opt. Acta* **29** 685
- [8] Pezzaniti J L, Chenault D, Roche M, Reinhardt J, Pezzaniti J P, Schultz H 2008 *Proc. SPIE* **6972** 69720J
- [9] Oka K, Kaneko T 2003 *Opt. Express* **11** 1510
- [10] Luo H T, Oka K, DeHoog E, Kudenov M, Schiewgerling J, Dereniak E L 2008 *Appl. Opt.* **47** 4413
- [11] Cao Q Z, Zhang C M, DeHoog E 2012 *Appl. Opt.* **51** 5791
- [12] Saito N, Odate S, Otaki K, Kubota M, Kitahara R, Oka K 2013 *Proc. SPIE* **8873** 88730M-1
- [13] Quan N C, Zhang C M, Mu T K 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 080703 (in Chinese) [权乃承, 张淳民, 穆廷魁 2016 物理学报 **65** 080703]
- [14] Feng B, Shi Z L, Liu H Z, Liu L, Zhao Y H, Zhang J C 2018 *J. Optics-UK* **20** 065703
- [15] Li C L, Sun X B, Wang H, Wei W, Shu C M 2014 *Acta Optica Sinica* **34** 0412004 (in Chinese) [李翠丽, 孙晓兵, 王涵, 韦玮, 舒存铭 2014 光学学报 **34** 0412004]
- [16] Liu Z, Yang W F, Ye Q H, Hong J, Gong G Y, Zheng X B 2016 *Appl. Optics* **55** 1934
- [17] Li H, Zhu J P, Zhang N, Zhang Y Y, Qiang F, Zong K 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 134202 (in Chinese) [李浩, 朱京平, 张宁, 张云尧, 强帆, 宗康 2016 物理学报 **65** 134202]
- [18] Mu T K, Zhang C M, Li Q W, Liang R G 2015 *Opt. Express* **23** 10822
- [19] Alenin A S, Vaughn I J, Tyo J S 2018 *Appl. Optics* **57** 2327
- [20] Li G P, Wang L, Xie Y 2009 *Journal of Astronautic Metrology and Measurement* **29** 55 (in Chinese) [黎高平, 王雷, 谢毅 2009 宇航计测技术 **29** 55]
- [21] Liao Y B 2003 *Polarization Optics* (Beijing: Science Press) pp45-63 (in Chinese) [廖延彪 2003 偏振光学 (北京: 科学出版社)第45—63页]

# Phase delay error analysis of wave plate of division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system\*

Yin Yu-Long<sup>1)2)3)†</sup> Sun Xiao-Bing<sup>1)3)‡</sup> Song Mao-Xin<sup>1)3)</sup>

Chen Wei<sup>1)2)3)</sup> Chen Fei-Nan<sup>1)3)</sup>

1) (*Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China*)

2) (*University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

3) (*Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China*)

( Received 18 August 2018; revised manuscript received 20 October 2018 )

## Abstract

The division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system has prominent merits, such as real time, high spatial resolution, high precision, etc. The development of the division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system has a high application value. The division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system uses polarization beam splitters, a half wave plate (HWP) and a quarter wave plate (QWP) to modulate the incident Stokes vector into four intensity images. Using the four intensity images, the incident Stokes vector can be analyzed. In the system, the phase delay errors of the HWP and the QWP have a direct influence on the measurement accuracy of the incident Stokes vector. A Stokes vector measurement error equation containing the phase delay errors of the HWP and the QWP is established. When there are the phase delay errors of the HWP and the QWP in the system, the Stokes vector measurement errors of the unpolarized light,  $0^\circ$  liner polarized light,  $90^\circ$  liner polarized light,  $45^\circ$  liner polarized light,  $135^\circ$  liner polarized light, right circularly polarized light and left circularly polarized light are analyzed. A method of solving the Stokes vector measurement error of incident light with any polarization state is given. When the Stokes vectors with different degrees of polarization (DOPs) are used as the incident light, the simulation results show that both the Stokes vector measurement error and the DOP measurement error increase with the DOP of incident light increasing. Therefore, we select the polarization measurement accuracy to evaluate the system when the DOP of incident light equals 1. To ensure that the polarization measurement accuracy of the system is within 2%, the phase delay error of the HWP should be within  $\pm 1.6^\circ$  and the phase delay error of the QWP should be within  $\pm 0.5^\circ$ . The analysis results of the phase delay errors of the HWP and the QWP are of great significance for improving the polarization measurement accuracy of the division-of-amplitude full Stokes simultaneous polarization imaging system, and also provide important theoretical guidance in designing and developing the system.

**Keywords:** polarization imaging, wave plate, phase delay error, Stokes vector

**PACS:** 42.30.-d, 42.25.Ja, 42.25.Hz

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181553

\* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2016YFE0201400), the Common Key Technology Project for Satellite Application of China (Grant No. 30-Y20A010-9007-17/18), the National High Resolution Major Special Project of China (Grant No. GFZX04011805), and the Key Project of Hefei Research Institute of Chinese Academy of Sciences (Grant No. Y73H9P1801).

† Corresponding author. E-mail: [yinyulong\\_yyl@163.com](mailto:yinyulong_yyl@163.com)

‡ Corresponding author. E-mail: [xbsun@aiofm.ac.cn](mailto:xbsun@aiofm.ac.cn)