

文章编号: 0253-2239(2010)11-3110-07

# 湍流大气中激光传输光强起伏特征研究

靖 旭 吴 毅 侯再红 秦来安 陆 茜  
(中国科学院安徽光学精密机械研究所大气成分与光学重点实验室, 安徽 合肥 230031)

**摘要** 通过实验观测了湍流大气中光束准直传输时光束横截面上不同面积内的光强起伏特征。采用相对光强起伏方差与孔径平滑因子描述不同面积内的光强起伏特征并比较了不同湍流条件和不同面积内相对光强起伏方差的概率分布密度。实验结果表明, 在该实验条件下明显出现孔径平滑效应时对应接收面积呈现湍流越强接收面积越小的规律; 不同接收面积内相对光强起伏方差概率分布密度可以用对数高斯分布近似, 不同接收面积和湍流强度下近似程度不同; 采用偏斜度和陡峭度来描述接收面积不同和湍流强度不同时概率分布密度与对数高斯分布的偏差并比较了拟合曲线特征的变化。同时初步比较了连续光与脉冲光相对光强起伏方差概率分布的异同。

**关键词** 大气光学; 水平传输; 光强起伏方差; 概率分布密度; 脉冲激光

中图分类号 O436 文献标识码 A doi 10.3788/AOS20103011.3110

## Study of Irradiance Fluctuations for Laser Beam Propagation in Atmosphere

Jing Xu Wu Yi Hou Zaihong Qin Lai'an Lu Qian

(Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China)

**Abstract** Property of intensity fluctuation over different receiving aperture for collimated beam propagation in atmosphere is got by experimental method. Using normalized variance of intensity fluctuation and aperture averaging factor the property of intensity fluctuation over different receiving aperture is described and the probability distribution of normalized variance of intensity fluctuation measured with different aperture sizes under different atmosphere conditions is compared. Experimental results show that while turbulent level becomes larger, the receiving area corresponding to aperture averaging effect appears obviously becomes smaller. The probability distribution corresponding different receiving area can be represented by Log-Gauss distribution. Skewness, kurtosis and the feature of Gauss fitted data calculated under experimental conditions are compared. The similarities and differences between the relative intensity fluctuation variance probability distribution of the continuous wave laser and one of pulsed laser are also compared.

**Key words** atmospheric optics; horizontal propagation; variance of intensity fluctuation density; probability distribution; pulsed laser

## 1 引 言

大气湍流严重影响着激光束在大气中的传输, 湍流可引起光斑能量集中度下降、光束指向性起伏和光强起伏等湍流效应<sup>[1-3]</sup>。其中光强起伏一直是湍流效应中的基本问题, 对激光大气探测、大气参数的测量和自适应光学中哈特曼传感器的波前探测以

及大气通信等都有重要的影响<sup>[4,5]</sup>。激光在大气中传输时存在散射效应; 散射效应也会引起一定的光强起伏; 而光束在大气中传输对光强起伏贡献最大的是由于温度起伏引起折射率起伏所致。文章仅考虑了湍流引起的光强起伏。光强起伏通常以相对光强起伏方差描述<sup>[6]</sup>, 不同接收面积下光强起伏的孔

收稿日期: 2010-01-04; 收到修改稿日期: 2010-04-02

基金项目: 国家 863 计划资助课题。

作者简介: 靖 旭 (1982—), 男, 博士研究生, 主要从事激光大气传输方面的研究。E-mail: xjng@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 吴 毅 (1960—), 男, 博士, 研究员, 主要从事自适应光学校正技术的理论与实验研究、激光光斑数字图象处理与光学信息获取方法研究、激光大气光学参数测量等方面的研究。E-mail: wuy@aoifn.ac.cn

径平滑效应通常用孔径平滑因子表示<sup>[7-11]</sup>。孔径平滑因子仅说明不同接收孔径时相对光强起伏方差平均值的变化,并不能反映相对光强起伏方差的概率分布。由于湍流具有随机性,描述湍流效应的特征量为随机量;随机量仅用平均值来描述并不充分。对相对光强起伏方差而言,孔径平滑因子仅说明在一定湍流条件下不同接收面积内相对光强起伏方差平均值的变化并不能反映相对光强起伏方差与其平均值的偏差大小以及出现一定偏差的概率。该实验利用高速相机拍摄准直激光束水平传输 1 km 后到达漫反射屏上的光斑能量分布,比较了湍流强度与接收孔径改变时孔径平滑因子和相对光强起伏方差的概率分布变化。在该实验条件下相对光强起伏方差概率密度分布可以用对数高斯分布近似,在湍流较强时与对数高斯分布的近似程度不及湍流弱时高。文章初步比较了连续光与脉冲光相对光强起伏方差概率分布的异同,得出了有益的结论。

## 2 分析方法

相对光强起伏方差是指光强起伏方差与光强平均值平方的比值<sup>[6]</sup>:

$$\beta^2 = \frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle I \rangle^2}, \quad (1)$$

接收面积不同时相对光强起伏方差不同,存在孔径平滑效应。孔径平滑效应通常用孔径平滑因子表示<sup>[9]</sup>:

$$\Theta = \frac{\beta_s^2}{\beta_l^2} \quad (2)$$

式中  $\beta_l^2$  和  $\beta_s^2$  分别表示点接收和孔径接收时相对光强起伏方差。点接收理论是指接收孔径无限小,在实际中满足接收孔径直径(用  $D$  表示)远小于菲涅耳尺度( $\sqrt{L\lambda}$  其中  $L$  为传输距离,  $\lambda$  为波长)时即可以认为是点接收。

孔径平滑因子表示为<sup>[10]</sup>

$$\Theta(D) = \frac{16}{\pi D^2} \int_0^D \frac{C_1(\rho)}{C_1(0)} \left\{ \arccos \left\{ \frac{\rho}{D} \right\} - \left[ \frac{\rho}{D} \right] \left[ 1 - \left[ \frac{\rho}{D} \right]^2 \right]^{1/2} \right\} \rho d\rho \quad (3)$$

式中  $D$  为接收直径,  $C_1(\rho)$  为光强起伏协方差。

在  $r_0 \gg \sqrt{L}$  条件下光强起伏协方差表示为

$$C_1(\rho) = 16\pi^2 k^2 \int_0^\infty \phi_n(K) dK \int_0^L (K\rho) \times \sin^2 \left[ \frac{K^2(L-z)}{2k} \right] dz \quad (4)$$

式中  $\phi_n(K)$  为折射率起伏谱,  $L$  为传输距离,  $J_0$  为第一类 0 阶贝塞尔函数。在湍流符合 Kolmogorov 谱时

$$\phi_n(K) = 0.033 C_n^2 K^{-11/3}, \quad (5)$$

其中  $C_n^2$  为折射率结构常数。光强起伏协方差表示为

$$C_1(\rho) = (0.033) 16\pi^2 k^2 C_n^2 \int_0^\infty K^{-8/3} dK \int_0^L (K\rho) \times \sin^2 \left[ \frac{K^2(L-z)}{2k} \right] dz \quad (6)$$

$\rho = 0$  时  $C_1(0) = 1.23 k^{7/6} L^{11/6} C_n^2$  此时  $C_1(\rho)$  和  $C_1(0)$  与  $C_n^2$  均为线性关系,孔径平滑因子仅是接收孔径的函数,与湍流强度无关<sup>[9]</sup>。

在  $r_0 \ll \sqrt{L}$  时,不考虑湍流内外尺度时光强起伏协方差可表示为

$$C_1(\rho) = \exp \left[ - \left( \frac{2.1\rho}{r_0} \right)^{5/3} \right] + 0.61 \left[ \frac{kr_0^2}{4.41L} \right]^{1/3} [b_1(\rho) + b_2(\rho)], \quad (7)$$

式中  $b_1(\rho)$  和  $b_2(\rho)$  分别表示为

$$b_1(\rho) = \frac{7}{3} \int_0^{4/3} J_0 \left( \frac{k\rho \alpha x}{2.1L} \right) dx, \quad (8)$$

$$b_2(\rho) = \exp \left[ - \left( \frac{2.1\rho}{r_0} \right)^{5/3} \right], \quad (9)$$

在接收孔径  $\rho = 0$  时

$$C_1(0) = 1 + 1.22 \left[ \frac{kr_0^2}{4.41L} \right]^{1/3}. \quad (10)$$

此时  $C_1(\rho)$  和  $C_1(0)$  与  $r_0$  为非线性关系,空间平滑因子与  $r_0$  有关。在不满足条件  $r_0 \gg \sqrt{L}$  和  $r_0 \ll \sqrt{L}$  时孔径平滑因子是否与湍流强度有关需要实验观测来确定。

根据抽样定理<sup>[12]</sup>,以高于截止频率的二倍频率进行抽样,抽样数据可以真实的反映原始数据。由于流湍状态为随机过程,没有截止频率;这样抽样频率越高,高频信息丢失越少,抽样数据越能更好的反映湍流真实状态。实验以采集频率为 500 Hz 曝光时间 1998  $\mu s$  采集数据,以期望从实验角度反映不同湍流条件和不同接收孔径下连续光与脉冲光相对光强起伏方差统计特征是否有差别。

## 3 实验系统

### 3.1 系统描述

激光近地面 1 km 水平大气中传输实验系统如图 1 所示。激光水平传输路径距离地面约 10 m,水面和陆地约各占一半。发射系统主体为卡塞格林望

望远镜和高速相机。望远镜直径  $\phi$  356 m, 光阑直径  $\phi$  126 m。连续光与脉冲光经过室内光路入射到望远镜后实现光束在大气中的准直传输。高速相机以与光束较小的夹角拍摄漫反射屏上的光斑, 采集频率 500 Hz, 曝光时间 1998  $\mu$ s, 单次数据采集时间 16.4 s。光束入射到望远镜前为准直传输, 因此该实验系统是测量平面波的光强起伏特征<sup>[13]</sup>。连续光与脉冲光波长均为 532 nm。连续光激光器功率 2.3 W; 脉冲光平均功率 25 W, 出光后衰减 90%, 重复频率 500 Hz, 单脉冲半峰全宽 20 ns。通过精密电

移台移动反射镜 B 实现连续光与脉冲光光路的精确切换, 以保证连续光与脉冲光实验数据交替采集过程中发射系统的状态不变。实验选择天气晴朗时进行, 实验期间利用根据差分像运动原理研制的大气相干长度仪<sup>[14]</sup>来测量大气相干长度  $r_0$ , 相干长度仪的信标距离漫反射屏约 1 m, 相干长度仪接收望远镜与激光发射望远镜相距约 1 m。信标光被望远镜口处光阑分成两束后经过成像系统聚焦于接收相机, 计算机根据差分像运动原理处理相机数据得到  $r_0$ 。

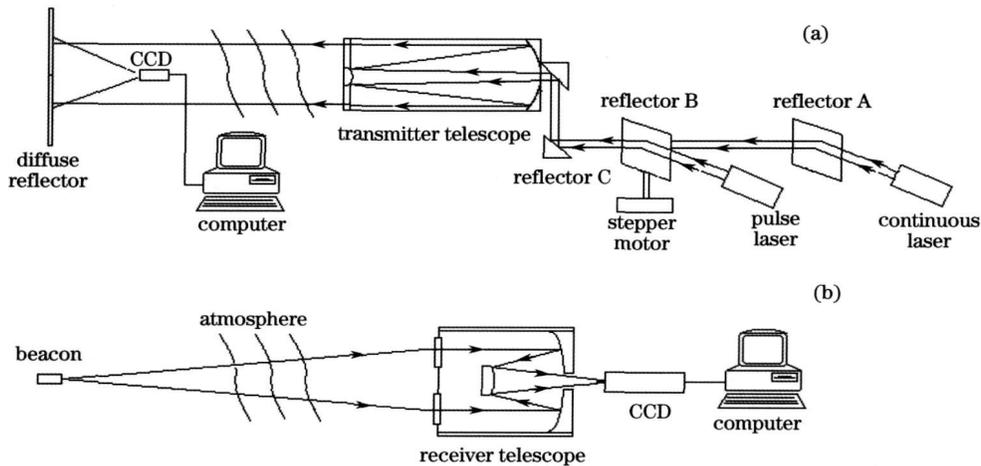


图 1 实验系统示意图。(a) 近地面 1 km 大气传输系统; (b) 大气相干长度测量系统

Fig 1 Scheme of experimental system. (a) near ground 1 km atmosphere propagation system; (b) atmospheric coherence length measurement system

### 3.2 发射系统对相对光强起伏方差的影响

在统计不同接收面积下光强起伏特征时要求出射光束进入大气前功率及光强空间分布和光束质量具有一定的时间稳定性。在实验期间连续光与脉冲光功率稳定, 连续光与脉冲光光束经过各级反射镜以及发射望远镜扩束后在望远镜出光口光强分布均匀, 避免了由于激光器功率不稳定和激光器指向性不稳定引起接收端一定探测面积内光强的时间起伏。

在光束经过发射望远镜进入大气前两者光束质量有一定差别。实验期间保持光路的稳定以及激光器工作稳定, 避免了连续光与脉冲光发射光束质量的不稳定性。相对光强起伏方差描述的是由于湍流作用引起波像差空间分布随时间变化导致在接收端一定接收面积内光强分布随时间的变化, 因此稳定的出射光束质量并不导致光强随时间变化。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 不同湍流强度下孔径平滑因子比较

在传输距离 1000 m, 激光波长 532 nm 时菲涅耳

尺度  $\sqrt{NL} = 2.3$  cm, 文中描述点接收孔径值满足  $D \ll \sqrt{NL}$  这一条件。计算了不同湍流强度和不同孔径下连续光与脉冲光孔径平滑因子, 如图 2 所示。为定量描述在实验条件下孔径平滑因子的差别, 定义平滑因子下降到点接收值的  $\sqrt{2}/2$  倍时为明显出现孔径平滑效应。对相邻两个接收孔径值进行线性插值得到明

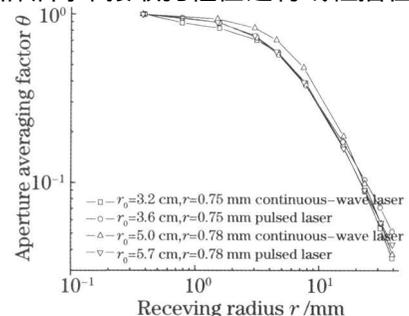


图 2 不同湍流强度下  $\Theta$  因子下降到 0.7 时对应的接收孔径值

Fig 2 Receiving aperture corresponding  $\Theta = 0.7$  under different turbulence level

显出现孔径平滑时对应接收孔径半径值如表 1所示。

表 1 不同湍流条件下孔径平滑因子比较

Table 1 Aperture averaging factor $\Theta$  versus receiving aperture  $r$  under different turbulence level

	$r_0$ /cm	Receiving aperture /mm
Continuous wave laser	3.2	3.2
Pulsed laser	3.6	3.4
Continuous wave laser	5.0	4.6
Pulsed laser	5.7	3.6

结合图 2和表 1可看出,随着接收孔径的增加,孔径平滑效应明显。这是由于随着接收孔径的增加孔径内不相关元增加,统计求和后所致。湍流强度不同时明显出现孔径平滑效应时对应半径值呈现湍流越强接收孔径半径越小的规律。这可解释为随着湍流强度增加,光强起伏的空间相关距离变小,相同

的接收孔径内不相关元数增加所致。随着接收孔径的进一步增加孔径平滑因子差别不大,不同湍流强度下孔径平滑因子没有规律性变化。这反映了在该实验条件下不同湍流强度下接收孔径内不均匀元大小的差别较小,在小孔径下接收时该差别可影响到孔径平滑因子;随着接收孔径的增加不均匀元大小的差别对孔径平滑因子的影响不大。

### 4.2 不同条件下相对光强起伏方差的概率分布密度变化

虽然孔径平滑因子可以反映出不同接收孔径和不同湍流强度下相对光强起伏方差平均值的变化,但不能反映相对光强起伏方差概率分布的变化。统计了不同湍流条件和不同接收孔径下相对光强起伏方差概率分布率密度变化如图 3所示。

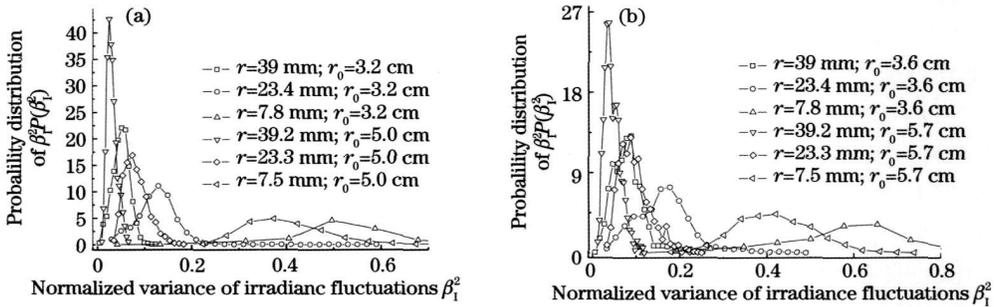


图 3 不同条件下相对光强起伏方差概率分布密度的变化。(a)连续光; (b)脉冲光

Fig 3 Probability distribution of normalized variance of intensity fluctuations under different conditions

(a) continuous-wave laser (b) pulsed laser

从图 3看出,在接收孔径相同时,湍流较强时概率分布密度的分布区间较宽,峰值概率值较低,最概然值较大。随着接收孔径的增加相对光强起伏方差最概然值逐渐下降,概率密度的峰值概率值逐渐升高,概率密度的分布区间逐渐变小,分布区间向相对光强起伏方差值小的方向移动。这反映孔径平滑效应导致相对光强起伏方差最概然值下降,同时引起相对光强起伏方差的起伏范围变小,分布区域更集中。

图 3反映了探测面积不同和湍流强度不同时相对光强起伏方差的概率分布密度的变化。在湍流强度不同或接收孔径不同时,相对光强起伏方差平均值也不同;为进一步反映不同条件下相对光强起伏方差概率分布密度特征,统计不同条件下相对光强起伏方差与对应平均值比值的概率分布密度的变化如图 4所示。从图 4看出,湍流较强时相对光强起伏方差集中于峰值概率点附近的概率明显高于湍流

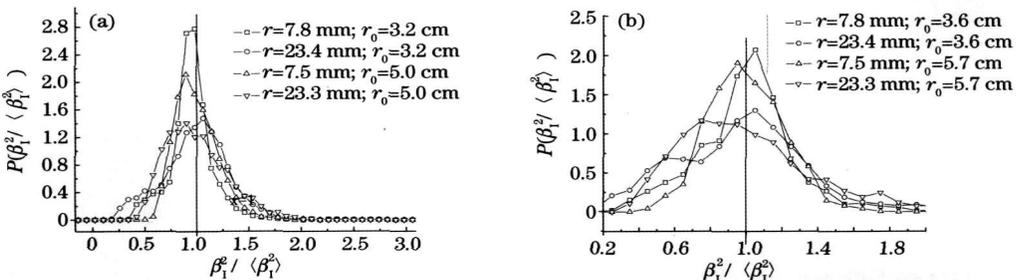


图 4 不同条件下相对光强起伏方差与平均值比值的概率分布密度。(a)连续光; (b)脉冲光

Fig 4 Probability distribution of the ratio of  $\beta_1^2 / \langle \beta_1^2 \rangle$  under different conditions (a) continuous-wave laser (b) pulsed laser

较弱时; 偏离峰值概率点时, 湍流较强时概率分布密度下降更快。接收孔径由小变大时概率分布密度的变化规律与湍流由强到弱时变化规律相同。这反映在湍流较强或接收孔径较小时, 虽然相对光强起伏方差绝对对起伏量较大, 但与相应平均值相比, 相对起伏量反而小于湍流较弱或接收孔径较大时。从图 4 也可以看出, 相对光强起伏方差概率分布密度在湍流较弱或接收孔径较大时峰值概率值分布在低于峰值概率点区域的概率更高些。随机变量概率分布密度常用高斯分布或对数高斯分布近似, 因此计算了相对光强起伏方差概率分布密度与对数高斯分布的相似程度。

#### 4.3 不同条件下相对光强起伏方差概率分布密度与对数高斯分布的偏差

引入偏斜度和陡峭度来描述相对光强起伏方差的概率分布密度与对数高斯分布的相似程度。偏斜度和陡峭度定义为<sup>[15, 16]</sup>

$$\text{偏斜度: } S = C_3 / \sigma^3, \quad (11)$$

$$\text{陡峭度: } K = C_4 / \sigma^4 - 3 \quad (12)$$

式中  $\sigma$  是标准差,  $C_3, C_4$  分别为三阶距和四阶距。偏斜度与陡峭度的含义为<sup>[14]</sup>: 偏斜度反映了概率分布相对于均值的非对称性; 如果概率分布对于均值是对称的, 偏斜度为 0 反之不为 0。陡峭度反映数据相对于高斯分布的集中程度。如果陡峭度为正则概率分布比高斯分布更集中, 反之比高斯分布发散。

相对光强起伏方差取对数后计算偏斜度和陡峭度, 结果如图 5 所示。从中看出, 在该实验条件下对数相对光强起伏方差的偏斜度和陡峭度绝对值较小, 其概率分布密度可以较好的用对数高斯分布近似。总体而言湍流较弱时偏斜度和陡峭度绝对值均小于湍流较强时, 这说明湍流较弱时概率分布密度与对数高斯分布的符合程度高于湍流较强时。随着接收孔径增加, 偏斜度和陡峭度在湍流较弱时变化不明显; 在湍流较强时偏斜度绝对值呈现随着孔径的增加而逐渐下降的趋势, 陡峭度随着接收孔径的增加也有明显变化, 但规律性不及偏斜度变化明显。这反映在接收孔径变化时, 相对光强起伏方差的概率分布密度与对数高斯分布的相似程度, 在湍流较弱时变化不明显而在湍流较强时变化明显。在该实验条件下湍流强度不满足  $r_0 \gg \sqrt{NL}$  条件, 虽然在较大口径接收时不同湍流强度之间口径平滑效应不明显, 但表现在相对光强起伏概率分布密度上不同口径间有明显的变化。

两组数据中脉冲光相对光强起伏方差的偏斜度绝对值低于连续光数据的偏斜度绝对值; 同时注意到, 两组数据中连续光实验数据所处湍流状态均强于脉冲光。而两者陡峭度没有规律性差别。从上面分析可知, 湍流越强, 偏斜度绝对值越大, 偏斜度规律性差别可能是由于两者数据采集时湍流统计状态的不足够一致所致。

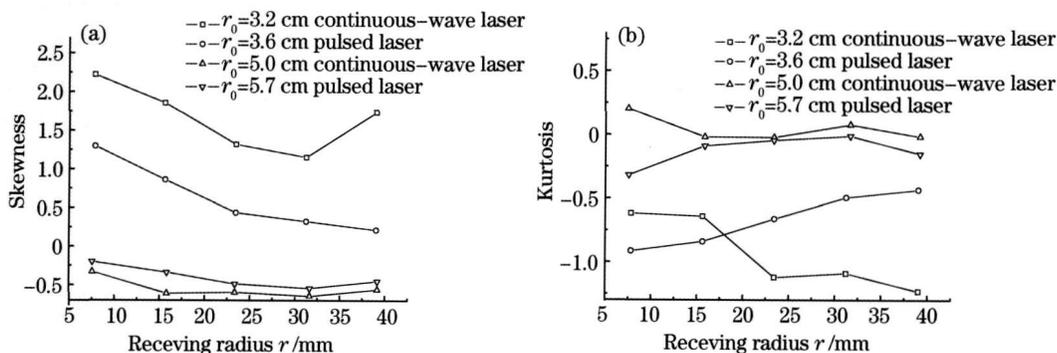


图 5 偏斜度和陡峭度随接收孔径的变化。(a) 偏斜度; (b) 陡峭度

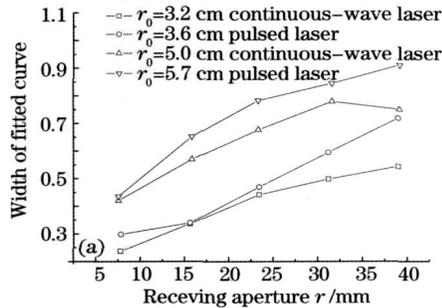
Fig. 5 Skewness and kurtosis versus receiving aperture (a) skewness (b) kurtosis

#### 4.4 不同条件下相对光强起伏方差概率分布密度拟合曲线特征的变化

偏斜度和陡峭度绝对值的大小可以反映对数相对光强起伏方差概率分布密度与高斯函数的符合程度, 但是不能反映不同条件下的概率分布密度特征。为定量描述不同条件下概率分布密度的变化, 用 Origin 软件对相对光强起伏方差取对数后的概率分

布密度数据进行高斯拟合, 比较了拟合曲线的宽度  $w$  ( $w$  为半峰全宽的 0.849 倍, 在拟合数据完全符合高斯分布时  $w$  为拟合数据标准差的 2 倍) 和峰值高度  $h$ 。通过分析宽度  $w$  和高度  $h$  的变化即可以描述出不同条件下对数相对光强起伏方差概率分布密度的变化。拟合曲线宽度  $w$  和高度  $h$  的比较如图 6 所示; 从图 6 可以看出, 湍流由强变弱或者接收孔径由

小变大时, 对数相对光强起伏方差概率分布密度拟合曲线的宽度逐渐上升, 峰值高度逐渐下降。这反映在湍流较强或者接收孔径较小时相对光强起伏方差有更高的概率集中于最概然值附近。连续光与脉冲光差别在于, 连续光拟合曲线的宽度低于脉冲光, 峰值高度值高于脉冲光; 从上面分析可知, 湍流越强拟合曲线的宽度越窄, 峰值高度越高。两组实验数



据中数据采集时平均  $r_0$  均呈现连续光低于脉冲光。而  $r_0$  为统计量, 即使平均值相同其概率分布也不一定相同<sup>[17]</sup>。因此可以认为连续光与脉冲光对数光强起伏方差概率分布密度拟合曲线宽度和峰值高度的差别可解释为两者的湍流统计状态不够一致所引起。

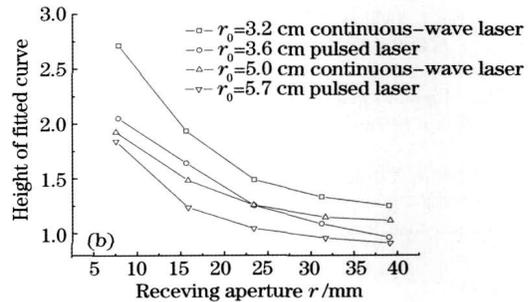


图 6 不同条件下高斯拟合曲线特征。(a)宽度值  $w$ ; (b)高度值  $h$

Fig 6 Feature of Gauss fitted curve under different conditions (a) width (b) height

## 5 结 论

分析了不同湍流条件下光束准直传输时光束横截面上不同面积内孔径平滑因子和相对光强起伏方差的概率分布密度变化。在该实验条件下, 随着接收孔径的增加, 明显出现孔径平滑效应所对应半径值呈现湍流越强接收半径越小的规律; 随着孔径进一步增加不同湍流强度下孔径平滑因子变化规律不明显。分析相对光强起伏方差概率分布密度变化可看出, 湍流越强或接收面积越小时相对光强起伏方差概率分布密度的峰值概率越低, 分布区间越宽; 随着湍流减弱或者接收面积增加, 峰值概率逐渐升高, 分布区间也逐渐变窄。分析相对光强起伏方差与平均值比值的概率分布密度可看出, 湍流较强或接收孔径较小时相对光强起伏方差分布有更高的概率分布在峰值概率值附近; 随着湍流变弱或接收面积的增加, 相对光强起伏方差分布在峰值概率值附近的概率逐渐下降。并且在湍流较强或接收孔径较小时, 概率分布密度偏离峰值概率值时下降速度较快。实验结果显示在该实验条件下相对光强起伏方差概率分布密度可用对数高斯分布近似, 湍流较弱时近似程度明显高于湍流较强时。对对数光强起伏方差进行高斯拟合发现随着接收面积的增加或湍流变弱, 拟合曲线的宽度逐渐上升, 高度逐渐下降。

连续光与脉冲光相对光强起伏方差实验数据的概率分布的部分特征呈现规律性差别, 该差别可以

用两者所处的湍流状态差别解释。因此连续光与脉冲光相对光强起伏方差概率分布是否有差别还需进一步的实验观察。

## 参 考 文 献

- 1 Wang Yingjian, Huang Yinbo. Analysis of the scaling laws about focused uniform beam spreading induced by real atmosphere [J]. *Chinese J. Quantum Electron.*, 2006, **23**(3): 274~281
- 2 王英俭, 黄印博. 聚焦平台光束大气传输光束扩展到定标参数分析 [J]. *量子电子学报*, 2006, **23**(3): 274~281
- 3 Du Wenhe, Yu Siyuan, Tan Liying *et al.*. Angle-of arrival fluctuations for wave propagation through non-Kolmogorov turbulence [J]. *Opt Commun.*, 2009, **282**(5): 705~708
- 4 V. I. Tatarskii *Wave Propagation in a Turbulent Medium* [M]. J. S. Wen *et al.* Transl. Beijing Science Press 1978 180~195
- 5 塔塔尔斯基. 湍流大气中波的传播理论 [M]. 温景嵩等译. 北京: 科学出版社, 1978 180~188
- 6 Feng Yuezhong, Gong Zhiben, Song Zhengfang. Limitations of amplitude fluctuation on adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 1991, **11**(11): 1005~1009
- 7 冯岳忠, 龚知本, 宋正方. 振幅起伏对自适应光学系统的限制 [J]. *光学学报*, 1991, **11**(11): 1005~1009
- 8 Chen Chunyi, Yang Huanin, Jiang Huilin *et al.*. Performance analysis of large aperture receiving and selection of aperture size in atmospheric optical communications [J]. *Chinese J. Lasers* 2009, **36**(11): 2957~2961
- 9 陈纯毅, 杨华民, 姜会林等. 大气光通信中大孔径接收性能分析与孔径尺寸选择 [J]. *中国激光*, 2009, **36**(11): 2957~2961
- 10 R. L. Fante. Electromagnetic beam propagation in turbulent media [J]. *Proc IEEE*, 1975, **63**(12): 1669~1692
- 11 D. L. Fried. Aperture averaging of scintillation [J]. *J. Opt Soc Am.*, 1967, **57**(2): 169~175
- 12 L. C. Andrews. Aperture-averaging factor for optical scintillations of plane and spherical waves in the atmosphere [J]. *J. Opt Soc Am.*, 1992, **9**(4): 597~600
- 13 Gerald E. Hamstad, John W. Strohbehn, Roger H. Berger *et al.*

- Aperture averaging effects for weak scintillations [ J ]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **64**(2): 162~165
- 10 James H. Chumside Aperture averaging of optical scintillations in the turbulent atmosphere [ J ]. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(15): 1982~1994
- 11 Rao Ruizhong Gong Zhiben Wang Shipeng *et al.* Aperture averaging of saturated scintillation of laser propagation in the atmosphere [ J ]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(1): 36~40  
饶瑞中, 龚知本, 王世鹏 等. 激光大气闪烁饱和的孔径平均效应 [ J ]. 光学学报, 2002, **22**(1): 36~40
- 12 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics [ M ]. Zhan Dasan *et al* Transl Beijing Science Press, 1976. 23~28  
J. W. 顾德门. 傅里叶光学导论 [ M ]. 詹达三等译. 北京: 科学出版社, 1976. 23~28
- 13 Rao Ruizhong Light Propagation in the Turbulent Atmosphere [ M ]. Hefei Anhui Science and Technology Press, 2005. 228~242  
饶瑞中. 光在湍流大气中的传播 [ M ]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005. 228~242
- 14 Wang Jianye, Liu Xiaochun, Rao Ruizhong *et al.* Measurement of atmospheric coherence length in daytime and at night [ J ]. *High Power Laser and Partial Beams* 2004, **16**(1): 1~4  
汪建业, 刘晓春, 饶瑞中 等. 大气相干长度的昼夜观测 [ J ]. 强激光与粒子束, 2004, **16**(1): 1~4
- 15 Rao Ruizhong Wang Shipeng Liu Xiaochun *et al.* Probability distribution of laser irradiance scintillation in a real turbulent atmosphere [ J ]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(1): 81~86  
饶瑞中, 王世鹏, 刘晓春 等. 实际大气中激光闪烁的概率分布 [ J ]. 光学学报, 1999, **19**(1): 81~86
- 16 Stanley M. Flotte Charles Bracher Wang Guangyu Probability-density functions of irradiance for waves in atmospheric turbulence calculated by numerical simulation [ J ]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(7): 2080~2084
- 17 Wang Yingjian, Wu Yi Gong Zhiben The statistics of atmospheric coherence length and Strehl ratio [ J ]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(8): 1109~1113  
王英俭, 吴毅, 龚知本. 大气湍流相干长度和 Strehl 比的统计特征 [ J ]. 光学学报, 1996, **16**(8): 1109~1113