

文章编号: 1006-1630(2010)02-0034-04

# 多目标非脆弱鲁棒控制器在飞行控制系统中的应用

黄宜庆<sup>1</sup>, 黄友锐<sup>1</sup>, 魏圆圆<sup>2</sup>, 田一鸣<sup>1</sup>

(1. 安徽理工大学 电气与信息工程学院, 安徽 淮南 232001; 2. 中国科学院 合肥智能机械研究所, 安徽 合肥 230031)

**摘要:** 针对飞行控制系统中存在的多种不确定性, 提出了飞行控制系统的多目标非脆弱鲁棒控制器的控制方法。由系统的  $H_2$  性能、 $H_\infty$  性能、区域极点配置和保性能控制四种控制目标, 用线性矩阵不等式(LMI)法导出多目标鲁棒状态反馈控制器的存在条件, 同时考虑了飞行控制系统中控制器增益的加性摄动, 设计的控制器实现了系统的四种性能指标优化。仿真实验结果表明: 该控制方法有较强的鲁棒性。

**关键词:** 飞行控制系统; 非脆弱鲁棒控制器;  $H_2$  控制;  $H_\infty$  控制; 区域极点配置; 保性能控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: V249.1 文献标识码: A

## Application on Multi-Object Non-Fragile Robust Controller for Flight Control System

HUANG Yiqing<sup>1</sup>, HUANG You-ru<sup>1</sup>, WEI Yuan-yuan<sup>2</sup>, TIAN Yiming<sup>1</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan Anhui 232001, China; 2. Institute of Intelligent Machines, ASC, Hefei Anhui 230031, China)

**Abstract:** According to the multiply uncertainty in the flight control system, the multi-object non-fragile robust controller was proposed in this paper. From the four control objectives that were  $H_2$  performance,  $H_\infty$  performance, regional pole placement and robust guaranteed cost control, the existing conditions of the multi-object robustness state feedback controller were deduced by linear matrix inequality (LMI) approach. Also, the designed controller optimized the four performances were realized when the gain variation of controller in flight control system was in consideration. The simulation results showed that this method had strong robustness.

**Keywords:** Flight control system; Non-fragile robust controller;  $H_2$  control;  $H_\infty$  control; Regional pole placement; Guaranteed cost control; Linear matrix inequality

## 0 引言

鲁棒控制中,  $H_\infty$  控制能保证最坏扰动时的鲁棒稳定性,  $H_2$  控制更多用于处理系统的暂态性能, 闭环系统的极点则能保证其动态和稳态性能, 保性能控制能使闭环系统的某个指标小于一个确定的上界<sup>[1-4]</sup>。为使闭环系统的鲁棒性更强, 20 世纪 80 年代末期多目标优化研究取得进展。但控制器实现中存在仪器精度不足、计算误差等因素, 故其本身可能存在脆弱性<sup>[5,6]</sup>。近年来, 非脆弱性研究较广泛。

文献[7]设计了具极点约束的非脆弱控制器, 获得了优于常规控制器的性能; 文献[8]将保成本控制引入非脆弱控制器设计, 使系统有稳定的性能上界; 文献[9、10]分别提出了  $H_2$ 、 $H_\infty$  非脆弱控制器以改善闭环系统性能。

本文对用 LMI 法的系统多目标非脆弱控制器设计进行了研究。

## 1 问题描述

考虑线性时不变系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{z}_1(t) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11}\mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{z}_2(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u}(t). \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(t)$  为  $n$  维系统状态;  $\mathbf{u}(t)$  为  $m$  维控制输入;

收稿日期: 2009-05-28; 修回日期: 2009-07-24

作者简介: 黄宜庆(1983—), 男, 硕士生, 主要研究方向为智能和鲁棒控制。

$w(t)$ 为 $q$ 维外部扰动输入; $z_1(t), z_2(t)$ 分别为 $r_1, r_2$ 系统被调输出; $A, B_1, B_2, C_1, D_{11}, D_{12}, C_2, D_{22}$ 为适当维数的常数阵。对系统式(1),定义二次型性能指标

$$J = \int_0^{\infty} [(x(t))^T Q x(t) + (u(t))^T R u(t)] dt. \quad (2)$$

式中: $Q, R$ 为给定的对称正定加权阵。本文讨论含自身不确定性的非脆弱状态反馈控制器

$$u(t) = (F + \Delta F)x(t). \quad (3)$$

式中: $F$ 为控制器的增益阵; $\Delta F$ 为增益摄动。使不确定系统式(1)满足性能指标:

- a) 闭环系统极点在规定的区域内。
- b) 对给定的一正数 $J^*$ , 闭环系统的二次型性能指标 $J < J^*$ 。此处: $\Delta F = HPE$ ;  $H, P, E$ 为表征控制器摄动的常数阵,且 $P^T P < I$ 。其中: $I$ 为单位阵。
- c) 对所有允许的参数不确定性和给定干扰抑制指标 $\gamma > 0, \eta > 0$ 满足从扰动输入 $w$ 到 $z_1$ 的传递函数 $\|T_{z_1 w}(s)\|_{\infty} < \gamma$ ,  $w$ 到 $z_2$ 的传递函数 $\|T_{z_2 w}(s)\|_2 < \eta$ 。

## 2 多目标非脆弱鲁棒控制器设计

将控制器式(3)代入系统式(1),可得闭环系统状态方程

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A + B_2(F + \Delta F)]x(t) + B_1 w(t); \\ z_1(t) = [C_1 + D_{12}(F + \Delta F)]x(t) + D_{11} w(t); \\ z_2(t) = [C_2 + D_{22}(F + \Delta F)]x(t). \end{cases} \quad (4)$$

定义1 对复平面中的区域 $D$ ,若存在一个 $m$ 维 $\times m$ 维对称阵 $L$ 和 $m$ 维 $\times m$ 维阵 $M$ ,使

$$D = \{s \in \mathbb{C}: L + sM + \bar{s}M^T < 0\}, \quad (5)$$

则称 $D$ 为一个LMI区域<sup>[11]</sup>。复平面上半径为 $r$ ,中心在 $(-q, 0)$ 的圆盘是个LMI区域,记作 $D(r, q)$ 。

引理1 考虑系统式(1),若存在非脆弱控制器式(3)使闭环系统式(4)的极点在给定的圆盘 $D(r, q)$ 内部,当且仅当存在对称阵 $X_1$ 和矩阵 $Y_1$ ,常数 $\delta > 0$ ,使下列不等式

$$\begin{bmatrix} -rX_1 & a_1 & 0 & B_2 H & 0 \\ a_2 & -rX_1 & 0 & 0 & X_1 E^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H^T (B_2)^T & 0 & 0 & -\mathcal{G} & 0 \\ 0 & EX_1 & 0 & 0 & -\mathcal{G} \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

成立,则系统式(1)的非脆弱控制器 $u(t) = (F + \Delta F)x(t)$ 存在且名义控制器增益 $F = Y_1 X_1^{-1/8}$ 。此

处: $a_1 = (A + qI)X_1 + B_2 Y_1$ ;  $a_2 = X_1(A + qI)^T + (Y_1)^T(B_2)^T$ 。

引理2 对系统式(1)和非脆弱控制器式(3),使二次型性能指标 $J < J^*$ ,当且仅当存在正常数 $\varepsilon, \varepsilon$ 和对称正定阵 $X_2$ 、矩阵 $Y_2$ ,使不等式

$$\begin{bmatrix} \Delta & 0 & X_2 E^T & X_2 & (Y_2)^T \\ 0 & -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 \\ E(X_2)^T & 0 & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ (X_2)^T & 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 \\ Y_2 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

成立,则非脆弱控制器 $u(t) = (F + \Delta F)x(t)$ 的名义控制器增益 $F = Y_2 X_2^{-1}$ ,且二次型性能指标上界 $J^* = \text{tr}(X_2^{-1})^{1/9}$ 。此处: $\Delta = (AX_2 + B_1 Y_2) + (A \times X_2 + B_1 Y_2)^T + \varepsilon B_1 H H^T (B_1)^T$ 。

引理3 对系统(1)和给定的常数 $\eta > 0$ ,存在非脆弱控制器式(3),使闭环系统式(4)渐近稳定且 $\|T_{z_2 w}(s)\|_2 < \eta$ 当且仅当存在对称正定阵 $X_3, Z$ ,矩阵 $Y_3$ 和常数 $\varepsilon, \varepsilon$ ,使不等式

$$\begin{bmatrix} a_3 & B_1 & \varepsilon B_2 H & X_3 E^T \\ (B_1)^T & -I & 0 & 0 \\ \varepsilon H^T (B_2)^T & 0 & -\varepsilon I & 0 \\ EX_3 & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} z & a_4 & \varepsilon_4 D_{22} H & 0 \\ a_5 & X & 0 & X E^T \\ \varepsilon H^T (D_{22})^T & 0 & \varepsilon I & 0 \\ 0 & EX & 0 & \varepsilon I \end{bmatrix} > 0 \quad (9)$$

成立,则非脆弱控制器 $u(t) = (F + \Delta F)x(t)$ 的名义控制器增益 $F = Y_3 X_3^{-1/10}$ 。此处: $a_3 = X_3 A^T + (Y_3)^T(B_2)^T + AX_3 + B_2 Y_3$ ;  $a_4 = C_2 X + (D_{22} Y_3)$ ;  $a_5 = (XC_2)^T + (Y_3)^T(D_{22})^T$ 。

引理4 对系统式(1)和给定的常数 $\gamma > 0$ ,存在非脆弱控制器式(3),使闭环系统式(4)渐近稳定且 $\|T_{z_1 w}(s)\|_{\infty} < \gamma$ ,当且仅当存在对称正定阵 $X_4$ 、矩阵 $Y_4$ 及正常数 $\varepsilon, \varepsilon$ ,使不等式

$$\begin{bmatrix} a_6 & B_1 & a_7 & a_8 & 0 & 0 & a_9 \\ a_{10} & -\mathcal{M} & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & D_{11} & a_{13} & a_{14} & 0 & 0 & 0 \\ a_{15} & 0 & a_{16} & -I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & 0 \\ a_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

成立, 则非脆弱控制器  $u(t) = (F + \Delta F)x(t)$  的名义控制器增益  $X = X_4 X_4^{-1}$ 。此处:  $a_6 = (AX_4 + B_2 Y_4)^T + AX_4 + B_2 Y_4$ ;  $a_7 = (C_1 X_4 + D_{12} Y_4)^T$ ;  $a_8 = B_2 H$ ;  $a_9 = X_4 E^T$ ;  $a_{10} = (B_1)^T$ ;  $a_{11} = (D_{11})^T$ ;  $a_{12} = (C_1 X_4) + D_{12} Y_4$ ;  $a_{13} = -V$ ;  $a_{14} = D_{12} H$ ;  $a_{15} = H^T (B_2)^T$ ;  $a_{16} = H^T D_{12}$ ;  $a_{17} = E(X_4)^T$ 。

证明: 由文献[10], 易得不等式(10)成立。对系统(1), 若存在非脆弱性控制器式(3)满足性能指标式(1)~(3), 当且仅当存在对称正定阵  $X$ 、矩阵  $Y, Z$  和  $\delta, \varepsilon_i (i=1, 2, \dots, 6)$ , 使式(6)~(8)存立, 则非脆弱控制器  $u(t) = (F + \Delta F)x(t)$  的名义控制器增益  $F = FX^{-1}$  且指标式(2)中的  $J^* = \text{tr } X^{-1}$ 。取公共的 Lyapunov 阵并假设  $X_j = X, Y_j = Y (j=1, 2, 3, 4)$ , 即可得定理 1。

### 3 仿真

某飞行器巡航阶段纵向通道的广义标称系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t); \\ z(t) = C_2 x(t) + D_2 u(t); \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $x(v, \alpha, \theta, q)$  为状态;  $u(\delta_v, \delta_\alpha)$  为控制;  $y(\alpha, \theta)$  为输出;  $w$  为干扰;  $z$  为被控输出。此处:  $v, \alpha, \theta, q, \delta_v, \delta_\alpha$  分别为速度、迎角、俯仰角、俯仰角速度、油门杆输入和升降舵偏角;  $C$  为常数阵。

设飞行器高度  $h = 1500$  m, 飞行马赫数为 0.8 时的相应参数为

$$A = \begin{bmatrix} -0.08 & -0.030 & -0.157 & 0 \\ -0.73 & -0.377 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -8.65 & 0 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1.53 & -0.025 \\ -0.15 & -0.66 \\ 0 & 0 \\ 0 & -6.52 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

取  $H = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$ ,  $\gamma = \eta = 1, r = q = 1$ ,

$E = I_4, P = 0.3I^{10}$ 。用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱求解线性矩阵不等式(6)~(10), 结果为

$$x = \begin{bmatrix} 2.8123 & -0.2416 & 0.3681 & 0.0822 \\ -0.2416 & 3.2125 & 1.2236 & -1.3872 \\ 0.3681 & 1.2236 & 0.9221 & 1.2369 \\ 0.0822 & -1.3872 & 1.2369 & 0.3897 \end{bmatrix},$$

$$y = \begin{bmatrix} -3.3915 & 2.7081 & 1.0355 & -1.5429 \\ 0.1424 & -4.0379 & -1.1385 & 1.6790 \end{bmatrix},$$

$$z = \begin{bmatrix} 2.1582 & -0.6825 \\ 0.3852 & 1.2763 \end{bmatrix}, \varepsilon_1 = 0.8122, \varepsilon_2 =$$

$$1.4025, \varepsilon_3 = 3.1157, \varepsilon_4 = 0.0638, \varepsilon_5 = 1.5124,$$

$$\varepsilon_6 = 4.9312, \delta = 5.3126。由此得非脆弱控制器  $u(t)$  及其名义控制器增益分别为$$

$$F = YX^{-1} = \begin{bmatrix} -1.1077 & 0.9766 & -0.1853 & 0.3389 \\ -0.0544 & -1.1530 & -0.0085 & 0.2427 \end{bmatrix},$$

$$u(t) = (F + \Delta F)x(t) = \begin{bmatrix} -1.0477 & 1.0366 & -0.1253 & 0.3989 \\ 0.0056 & -1.0930 & 0.0515 & 0.3027 \end{bmatrix},$$

性能指标上界  $J^* = \text{tr}(X^{-1}) = 7.3366$ , 且  $\|T_{yw}(s)\|_2 = 0.2308, \|T_{zw}(s)\|_\infty = 0.9657$ ; 闭环系统的极点  $P_1 = -1.2688 + 0.5390j, P_2 = -1.2688 - 0.5390j, P_3 = -1.2291, P_4 = -0.2011$ 。此处:  $j$  为虚数。

假设干扰信号分别为单位阶跃与脉冲响应, 在初始状态  $x_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$  下测试闭环飞行控制系统式(11)性能, 结果如图 1~6 所示。

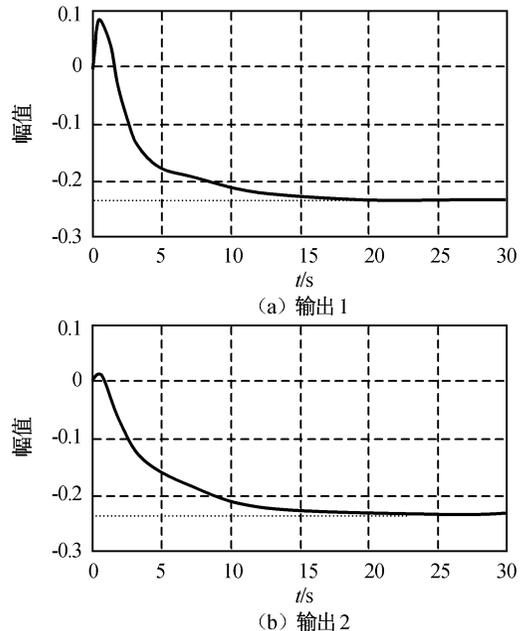
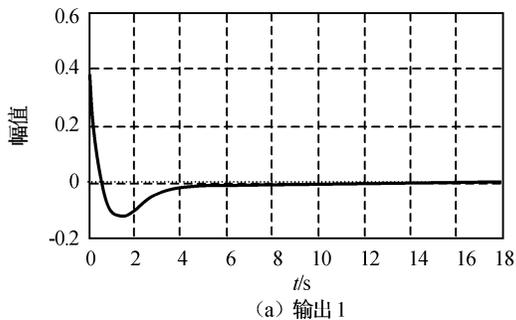
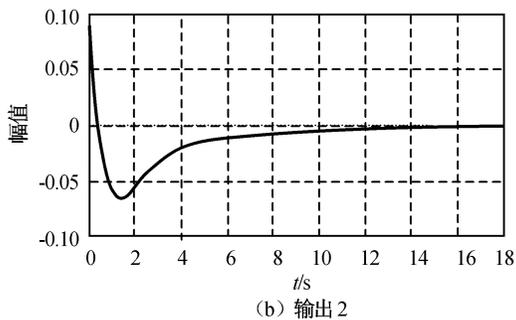


图 1 单位阶跃响应

Fig. 1 Unit step response



(a) 输出1



(b) 输出2

图2 脉冲响应

Fig. 2 Impulse response

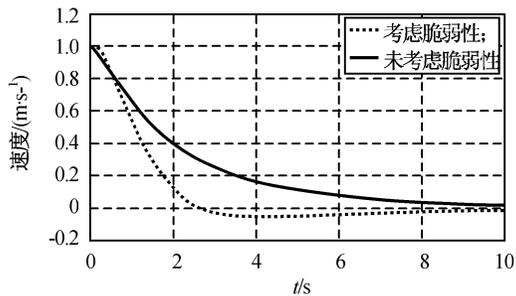


图3 v 的状态响应

Fig. 3 State response of velocity  $v$

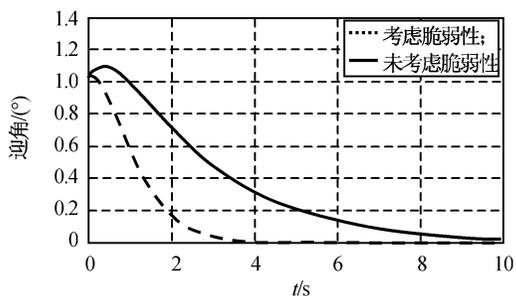


图4 的状态响应

Fig. 4 State response of angle of attack

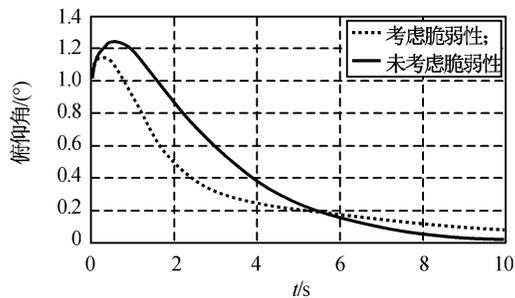


图5 的状态响应

Fig. 5 State response of elevation angle

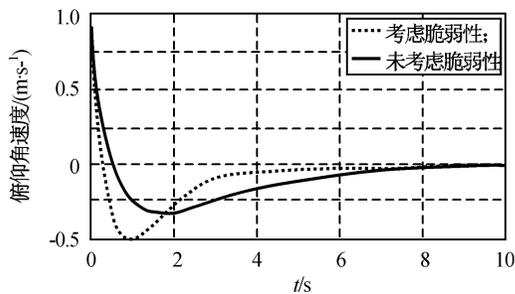


图6 q 的状态响应

Fig. 6 State response of elevation angle velocity  $q$

控制系统的速度、迎角、俯仰角和俯仰角速度可较快地恢复为稳态,表明本文的多目标非脆弱控制器控制方法有效。

#### 4 结束语

飞行控制系统中的不确定因素较多,单一目标控制器的控制方法的效果不佳,在考虑控制器本身脆弱性的前提下,本文对飞行控制系统多目标鲁棒控制器控制方法进行了研究。用线性矩阵不等式推导了多目标非脆弱控制器的存在条件,在设计控制器中,综合考虑了系统的 $H_2$ 性能、 $H_\infty$ 性能、区域极点配置和保性能控制四种目标,将控制器的设计转为一组可求解的线性矩阵不等式系统。仿真结果表明:设计的控制器改善了飞行控制系统的稳定性,且闭环系统达到了要求的4个性能指标。

#### 参考文献

[1] ISIDORI A. Dissipative inequalities in nonlinear  $H_\infty$  control[C]// Proceedings of the 31<sup>st</sup> IEEE Conference on Decision Control. Tucson: IEEE, 1992: 3265-3270.

由仿真结果可知:基于本文方法设计的非脆弱控制器的鲁棒性较强。当控制器受到摄动时,飞行

(下转第64页)

### 3 算例

某导弹发动机采用单室双推力工作, II级装药为嵌银丝端面燃烧药形。燃烧室结构: 燃烧室壳体内径 201 mm, II级装药长度 1 150 mm, 金属丝长度 1 100 mm, 排列半径 54 mm, 锥顶半角  $10.3^\circ$ 。推进剂数据见表 1。绝热层分为五级台阶, 用本文方法, 考虑安全系数, 计算结果见表 2, 各台阶结构如图 3 所示。

由该药柱原设计的绝热层结构的烧蚀与本文方法设计的比较可知: 原经验设计过于保守, 实验后留有较大的余量, 过厚的绝热层增加了发动机的消极质量, 降低发动机的质量系数; 本文方法所得绝热层结构不仅减少了不必要的消极质量, 而且安全性完全满足发动机工作时的绝热防护要求。

表 1 推进剂数据

Tab. 1 Performance data of propellant

工作段	基础燃速/ ( $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$ )	银丝燃速/ ( $\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$ )	工作压强/ MPa	工作时间/ s
I 级	23.96	134	14.6	4.0
II 级	15.23	85.18	4	9.3

表 2 各级台阶计算结果

Tab. 2 Computation results of each stage

台阶(状态)	A(0)	B(1)	C(2)	D(3)	E(4)
绝热层厚度/mm	7.5	5.0	4.2	3.0	1.5
暴露时间/s	13.3	11.111	9.333	6.667	3.333
燃烧用去时间 $t_i$ /s	0	2.189	3.967	6.633	9.967
台阶长度/mm	68	246	222	301	至头部

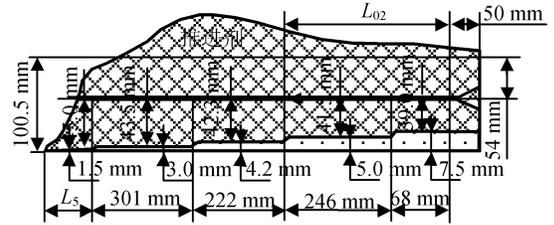


图 3 计算的绝热结构

Fig. 3 Thermal shielding configuration of example

### 4 结束语

本文对嵌金属丝端燃装药方案绝热层设计方法进行了研究。该方法适于单级或多级工作、每级燃速较稳定的状况。在实际设计中, 对在燃气较集中、冲刷较激烈的绝热层部位应根据经验作加厚处理。比较发现: 在相同条件下, 用本文方法设计时, 在原设计中烧蚀的绝热层厚度仍能保留一定的余量。由此可见, 本文方法是一种工程应用优化设计, 设计的绝热层不仅能大幅降低发动机消极质量, 留有更多的空间装药, 而且绝热防护也达到安全要求。

#### 参考文献

- [1] 王 铮, 胡永强, 张善祁, 等. 固体火箭发动机[M]. 北京: 宇航出版社, 1993.
- [2] 王光林, 蔡 峨, 王 铮, 等. 固体火箭发动机设计[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1993.
- [3] 王元有, 胡克娴, 蔡湘芬, 等. 固体火箭发动机设计[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1983.
- [4] 李宜敏, 张中钦, 张远君, 等. 固体火箭发动机原理[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1991.

(上接第 37 页)

- [2] 房庆祥. LMI 的广义系统输出反馈  $H_2$  控制[J]. 中国计量学院学报, 2005, 16(3): 222-226.
- [3] ZHOU X F, JIANG W. The pole placement of a singular system with delay[J]. Math., 2007, 22(3): 384-387.
- [4] YU L, CH J. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time delay systems[J]. Automatic, 1999, 35(6): 1155-1159.
- [5] YANG G H, WANG J L. Non fragile  $H$  control for linear systems with multiplicative gain variations[J]. Automatic, 2001, 37(5): 727-737.
- [6] FAMULARO D, DORATO P. Robust non fragile LQ controller the static state feedback case[J]. Int J

Control, 2000, 73(2): 159-165.

- [7] 谢 立, 王国强, 刘济林. 圆盘区域极点约束鲁棒非脆弱控制[J]. 传感技术学报, 2006, 19(2): 486-490.
- [8] 付兴建, 刘小河, 童朝南, 等. 鲁棒非脆弱保成本控制及其应用仿真[J]. 湖南科技大学学报, 2007, 22(2): 73-76.
- [9] 王 武, 杨富文. 具有控制器增益摄动的非脆弱  $H_2$  控制[J]. 福州大学学报, 2005, 33(3): 293-304.
- [10] 褚红宽, 邓 明. 不确定系统非脆弱  $H_\infty$  控制与仿真[J]. 科学技术与工程, 2007, 7(10): 2233-2237.
- [11] 俞 立. 鲁棒控制线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华出版社, 2002.