

复杂柔性车载液压机械手弹性动力学建模方法研究

马振书^{1,2,3} 梅 涛^{1,2}

1. 中国科学院合肥智能机械研究所, 合肥, 230031 2. 中国科学技术大学, 合肥, 230026
3. 军械技术研究所, 石家庄, 050000

摘要: 利用动态子结构法研究一种柔性车载液压机械手的弹性动力学建模方法。考虑机械手动态设计和振动主动控制的实现, 根据机械手各部件的实际边界约束条件, 将机械手系统分解成由不同约束的连续梁构成的 9 个子结构, 且在液压作动器的作用点设置约束模态坐标, 以方便机械手振动主动控制方程的导出。在建立各子结构的动力学控制方程后, 借助边界条件经综合得到系统的动力学模型。该方法易于实现、计算效率高, 便于讨论结构参数对低阶模态的影响规律, 也为机械手的振动控制提供了理论基础。

关键词: 柔性车载机械手; 动力学建模; 子结构综合; 固有频率

中图分类号: TP24 **文章编号:** 1004—132X(2010)02—0131—06

Study on the Dynamic Modeling of a Complex Flexible Hydraulic Robot System Carried by Vehicle

Ma Zhenshu^{1,2,3} Mei Tao^{1,2}

1. Institute of Intelligent Machines, Chinese Academy of Sciences, Hefei, 230031
2. University of Science Technology of China, Hefei, 230026
3. Institute of Ordnance Technology, Shijiazhuang, 050000

Abstract: The CMS method was used in the elastic dynamics modeling of a vehicle flexible robot system. On the basis of dividing the whole system into nine substructures and establishing their dynamics models respectively, the whole dynamics equation of the system was derived according to the boundary constraints. The substructures were looked as several beams with different constraints. The method enjoys the advantages of simplicity and high efficiency, which is convenient to study the influences of the geometrical parameters on the low-order modes. The location of the hydraulic actuators were defined by the boundary coordinates, which would be convenience to get the control state equations.

Key words: flexible vehicle robot; dynamics modeling; component mode synthesis(CMS); natural frequency

0 引言

车载机械手用于在远距离遥控中对危险品弹药进行抓取和搬运, 并且在将炮弹放置到安全地点前保证其不会爆破, 以避免造成人员伤亡。由于路面情况复杂, 机械手在行走过程中极易由于弹性振动而使炮弹自行爆破, 因此机械手的振动控制是保证其可靠工作的关键所在。动力学建模是实现机械手动态设计和振动控制的理论基础。在柔性机械手动力学建模方面, Agrawal 等^[1]、Sunada 等^[2]利用有限元法将刚弹耦合引入到柔性机械手动力学模型中, 建立了机械手的控制方程; 崔玲丽等^[3]利用有限差分法和有限元法建立了单杆柔性机械臂的动力学模型, 模型中包含了机械臂的形状参数以及驱动器的参数。但对于多

连杆柔性机械手而言, 采用有限元法的动力学建模限制了计算速度的提高, 使之成为机械手控制实现的一大障碍。王树新等^[4]利用有限线段法建立柔性机械臂的离散模型, 以基于 Kane 方程的 Huston 方法建立柔性机械臂的动力学方程, 该方程中计入了几何非线性变形的惯性影响, 包括非对称截面当量弹性力对于广义主动力的贡献。Johanni^[5]、李光等^[6]利用假设模态法建立了形式简捷的动力学方程。曹学民等^[7]利用多体系统理论建立了柔性机械手的动力学普遍方程, 综合考虑了刚弯、刚扭和弯扭耦合的影响。

考虑所研究的车载机械手实际结构的复杂性^[8-12], 笔者在综合考虑动力学控制实现的基础上, 借助固定界面模态综合法研究这类车载机械手弹性动力学建模方法, 并在子结构划分中有效地利用约束模态坐标建立了机械手本体与液压作动器之间的联系。探讨了结构参数对系统低阶模态的影响规律, 以期为此类机械手的动态设计和

收稿日期: 2009—03—16

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (2001A A422420)

振动控制提供理论依据。

1 系统简介与基本假设

本文所研究的车载机械手如图 1 所示, 由摇杆 OB 、伸缩杆套 CE 和由丝杠螺母驱动的伸缩杆 GC 、手爪控制杆 GH 和 HE 组成, 该机械手由 2 个液压缸和 2 个伺服电机驱动, 实现机械手的位姿调整。在弹性动力学建模中假设各转动副为理想约束。

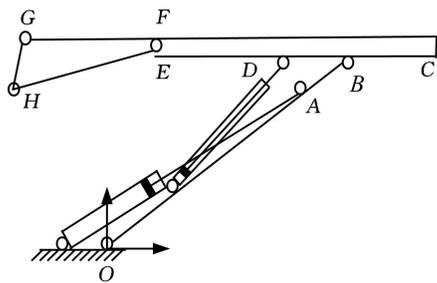


图 1 机械手结构示意图

根据机械手各弹性杆件之间的连接关系、约束条件及建立的振动控制模型, 可将机械手视为

2 动力学建模

根据摇杆、伸缩杆套和伸缩杆、手爪控制杆相互之间的连接关系和边界约束条件, 将摇杆 OB 视为 2 个铰支固支梁, 以模拟摇杆与安装车体、摇杆与伸缩杆套间的转动副连接, 而摇杆与液压作动器的连接处用固支处理; 伸缩杆套 CE 视为两个固支梁和一个悬臂梁, 伸缩杆视为一个固支梁和一个铰支固支梁, 手爪控制杆视为两个铰支梁, 铰支端分别模拟伸缩杆和手爪控制杆间的转动副连接。从而, 机械手可视为 9 个子结构的组成, 利用固定界面模态综合法构造机械手的弹性动力学模型。

2.1 子结构模态基的构造

设杆件是密度为 ρ 截面积为 A 、杆长为 l 、抗弯截面模量为 EJ 的等截面细长均质杆。为方便书写和计算, 暂略去连杆下标, 且在梁的一端的截面中心建立局部坐标系 Oxy , 使得轴 x 的方向与连杆的轴线重合, 如图 2 所示。将杆视为欧拉梁, 则其在坐标系 Oxy 下, 沿 y 轴的弯曲振动方程及 x 轴的纵振控制方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} EJ \frac{\partial^4 u_2}{\partial \zeta^4} + \rho A \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= 0 \\ E \frac{\partial^2 u_1}{\partial \zeta^2} &= \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

考虑外部激励, 则式(1)可写为

$$\left. \begin{aligned} EJ \frac{\partial^4 u_2}{\partial \zeta^4} + \rho A \ddot{u}_2 &= \bar{F}_{u_2} \\ E \frac{\partial^2 u_1}{\partial \zeta^2} - \rho A \ddot{u}_1 &= \bar{F}_{u_1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, u_1, u_2 分别为杆沿轴 x 和轴 y 的弹性变形; ζ 为局部坐标系下杆上任意一点的坐标; $\bar{F}_{u_1}, \bar{F}_{u_2}$ 为系统外部激励; E 为弹性模量。

考虑到系统旋转副为理想约束, 故利用固定界面法可极为方便地构造出铰支固支梁的弯曲振动主模态和纵向振动主模态, 即

若干个不同支承条件的弹性梁组合, 如图 2 所示。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{u_2 n} &= \text{sh } k_n \zeta - \frac{\text{sh } k_n l}{\sin k_n l} \sin k_n \zeta \\ \varphi_{u_1 n} &= A_n \sin \frac{n\pi}{l} \zeta \quad n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 $k_1 l = 3.927, k_2 l = 7.069, k_3 l = 10.21$; 固有频率 $f_{u_2 n} = \frac{(k_n l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}, f_{u_1 n} = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 且取正则主模态时 $A_n = \sqrt{\frac{2}{\rho l}}$ 。

图 3 所示为子结构约束坐标定义。将铰支固支梁两端的移动自由度和固支端的转动自由度作为约束自由度(图 3a), 可构造出界面约束模态函数:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{u_1 c1} &= 1 - \frac{\zeta}{l} \\ \varphi_{u_2 c11} &= \left(\frac{\zeta}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{\zeta}{l}\right) + 1 \\ \varphi_{u_1 c2} &= \frac{\zeta}{l} \\ \varphi_{u_2 c21} &= -\left(\frac{\zeta}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{\zeta}{l}\right) \\ \varphi_0 &= \frac{1}{l} \zeta^2 - \zeta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

令 $\varphi_{u_1 c} = [\varphi_{u_1 c1} \quad \varphi_{u_1 c2}]$, $\varphi_{u_2 c} = [\varphi_{u_2 c1} \quad \varphi_{u_2 c2}]$, $\varphi_{u_2 c2} = [\varphi_{u_2 c21} \quad \varphi_0]$, 与之对应的模态坐标为 $q_{u_1 c} = [q_{u_1 c1} \quad q_{u_1 c2}]$, $q_{u_2 c} = [q_{u_2 c1} \quad q_{u_2 c2}]$, $q_{u_2 c2} = [q_{u_2 c21} \quad q_0]$ 。

改变铰支端的约束条件为固支, 同理可构造出固支梁的弯曲振动主模态和纵向振动主模态, 即

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{u_2 n} &= \text{ch } k_n \zeta - \cos k_n \zeta - \\ &\frac{\text{sh } k_n l + \sin k_n l}{\text{ch } k_n l - \cos k_n l} (\text{sh } k_n \zeta - \sin k_n \zeta) \\ \varphi_{u_1 n} &= A_n \sin \frac{n\pi}{l} \zeta \quad n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中 $k_1 l = 4.73, k_2 l = 7.853, k_3 l = 10.996$; 固有频率 $f_{u_2 n} = \frac{(k_n l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}, f_{u_1 n} = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 且取正则主模态时 $A_n = \sqrt{\frac{2}{\rho l}}$ 。

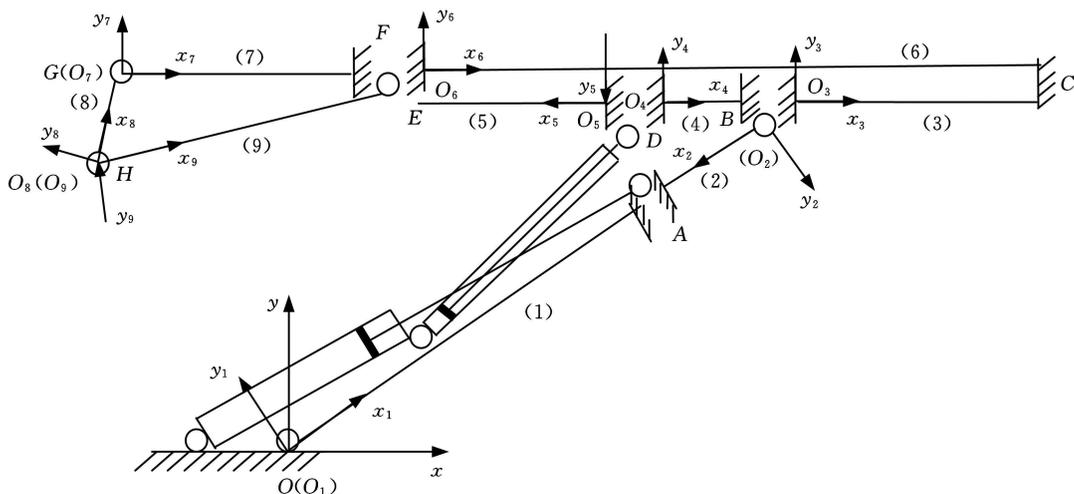


图2 机械手的力学模型

将固支梁两端的移动和转动自由度作为约束自由度(图3b),亦可构造出固支梁的约束模态函数:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{u_1 c1} &= 1 - \frac{\zeta}{l} \\ \varphi_{u_2 c11} &= 1 - 3\left(\frac{\zeta}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{\zeta}{l}\right)^3 \\ \varphi_{u_1 c2} &= \frac{\zeta}{l} \\ \varphi_{u_2 c21} &= 3\left(\frac{\zeta}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{\zeta}{l}\right)^3 \\ \varphi_{\theta 1} &= \zeta - 2l\left(\frac{\zeta}{l}\right)^2 + l\left(\frac{\zeta}{l}\right)^3 \\ \varphi_{\theta 2} &= -l\left(\frac{\zeta}{l}\right)^2 + l\left(\frac{\zeta}{l}\right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

令 $\varphi_{u_1 c} = [\varphi_{u_1 c1} \quad \varphi_{u_1 c2}]$, $\varphi_{u_2 c} = [\varphi_{u_2 c1} \quad \varphi_{u_2 c2}]$, $\varphi_{u_2 c1} = [\varphi_{u_2 c11} \quad \varphi_{\theta 1}]$, $\varphi_{u_2 c2} = [\varphi_{u_2 c21} \quad \varphi_{\theta 2}]$ 与之对应的模态坐标为 $q_{u_1 c} = [q_{u_1 c1} \quad q_{u_1 c2}]$, $q_{u_2 c} = [q_{u_2 c1} \quad q_{u_2 c2}]$, $q_{u_2 c1} = [q_{u_2 c11} \quad q_{\theta 1}]$, $q_{u_2 c2} = [q_{u_2 c21} \quad q_{\theta 2}]$ 。

释放固支梁的一端,就可得到悬臂梁的弯曲振动主模态和纵向振动主模态:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{u_2 n} &= \text{ch}k_n \zeta - \cos k_n \zeta - \\ &\frac{\text{sh}k_n l - \sin k_n l}{\text{ch}k_n l + \cos k_n l} (\text{sh}k_n \zeta - \sin k_n \zeta) \\ \varphi_{u_1 n} &= A_n \sin \frac{(2n-1)\pi \zeta}{2l} \quad n = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 $k_1 l = 1.875$, $k_2 l = 4.694$, $k_3 l = 7.855$, 固有频率为 $f_{u_2 n} = \frac{(k_n l)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$, $f_{u_1 n} = \frac{(2n-1)\pi}{2l}$

$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 且取正则主模态时 $A_n = \sqrt{\frac{2}{\rho l}}$ 。

将悬臂梁的边界移动和转动自由度作为约束自由度(图3c),可构造出悬臂梁的约束模态函数:

$$\varphi_{u_1 c1} = 1 \quad \varphi_{u_2 c11} = 1 \quad \varphi_{\theta 1} = \zeta \quad (8)$$

令 $\varphi_{u_2 c} = [\varphi_{u_2 c11} \quad \varphi_{\theta 1}]$, 与之对应的模态坐标为

$$q_{u_1 c1}, q_{u_2 c1} = [q_{u_2 c11} \quad q_{\theta 1}]^T。$$

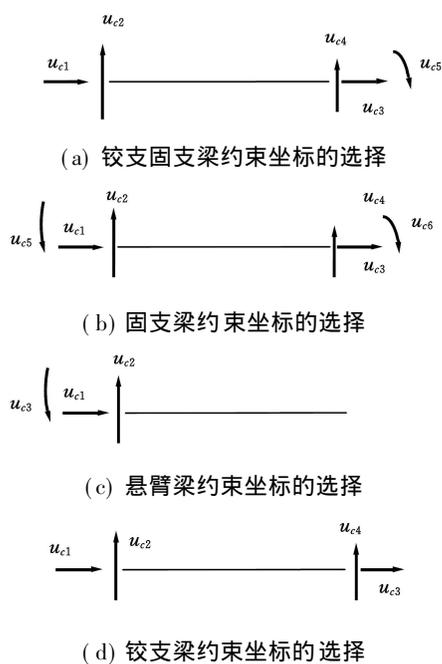


图3 子结构约束坐标定义

将较支固支梁的固支端改为较支,可构造出较支梁的弯曲和纵向振动主模态:

$$\varphi_{u_k n} = A_n \sin \frac{n\pi \zeta}{l} \quad k = 1, 2 \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

其中,固有频率 $f_{u_2 n} = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$, $f_{u_1 n} = \frac{n\pi}{l}$

$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 取正则主模态时 $A_{u_2 n} = \sqrt{\frac{2}{\rho A l}}$, $A_{u_1 n} = \sqrt{\frac{2}{\rho l}}$ 。

将较支梁两端的移动自由度视为约束自由度(图3d),可得到较支梁的约束模态函数:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{u_1 c1} &= 1 - \frac{\zeta}{l} & \varphi_{u_2 c1} &= 1 - \frac{\zeta}{l} \\ \varphi_{u_1 c2} &= \frac{\zeta}{l} & \varphi_{u_2 c2} &= \frac{\zeta}{l} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中, $\varphi_{u_k c} = [\varphi_{u_k c1} \quad \varphi_{u_k c2}]^T$, 对应的界面坐标为

$$q_{u_k c} = [q_{u_k c1} \quad q_{u_k c2}]^T.$$

2.2 子结构的动力学模型

设与梁在 u_k 方向上主模态 $\varphi_{u_k d} = [\varphi_{u_k d1} \quad \varphi_{u_k d2} \quad \dots \quad \varphi_{u_k dN}]$ (N 为投入综合的模式数) 对应的模态坐标为 $q_{u_k d}$; 与该方向约束模态 $\varphi_{u_k c} = [\varphi_{u_k c1} \quad \varphi_{u_k c2}]$ 对应的界面坐标为 $q_{u_k c} = [q_{u_k c1} \quad q_{u_k c2}]^T$. 在坐标系 Oxy 下, 子结构弹性变形的物理坐标与模态坐标间存在如下变换关系:

$$\begin{bmatrix} u_{kd} \\ u_{kc1} \\ u_{kc2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{u_k d} & \varphi_{u_k c1} & \varphi_{u_k c2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{u_k d} \\ q_{u_k c1} \\ q_{u_k c2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

将式(11)代入式(2)可得到 u_k 方向模态坐标下的振动微分方程

$$\begin{aligned} \ddot{M}_{u_k} q_{u_k} + K_{u_k} q_{u_k} &= F_{u_k} \quad (12) \\ q_{u_k} &= (q_{u_k d}, q_{u_k c1}, q_{u_k c2})^T \\ F_{u_k} &= (0_n, F_{u_k c1}, F_{u_k c2})^T \end{aligned}$$

式中, q_{u_k} 、 F_{u_k} 分别为广义坐标和广义力列阵, 其中 $F_{u_k c1} = F_{u_k c1w} + F_{u_k c1n}$, $F_{u_k c2} = F_{u_k c2w} + F_{u_k c2n}$; $F_{u_k c1}$ 为 u_k 方向上各子结构对接的边界力和作用在边界上的外部激振力的组合; $F_{u_k c1w}$ 、 $F_{u_k c2w}$ 为外部激振力; $F_{u_k c1n}$ 、 $F_{u_k c2n}$ 为对接的边界力; M_{u_k} 、 K_{u_k} 为该方向的主质量和主刚度矩阵。

$$M_{u_k} = \begin{bmatrix} M_{u_k dd} & M_{u_k dc1} & M_{u_k dc2} \\ M_{u_k dc1} & M_{u_k cc1} & M_{u_k cc2} \\ M_{u_k dc2} & M_{u_k cc2} & M_{u_k cc2} \end{bmatrix}$$

$$K_{u_k} = \begin{bmatrix} K_{u_k dd} & K_{u_k dc1} & K_{u_k dc2} \\ K_{u_k dc1} & K_{u_k cc1} & K_{u_k cc2} \\ K_{u_k dc2} & K_{u_k cc2} & K_{u_k cc2} \end{bmatrix}$$

$$M_{u_2 d_n d_n'} = \rho A \int_0^l \varphi_{u_2 n} \varphi_{u_2 n'} d\zeta$$

$$M_{u_1 d_n d_n'} = \rho \int_0^l \varphi_{u_1 n} \varphi_{u_1 n'} d\zeta$$

$$M_{u_2 d_n c_m} = \rho A \int_0^l \varphi_{u_2 n} \varphi_{u_2 c_m} d\zeta$$

$$M_{u_1 d_n c_m} = \rho \int_0^l \varphi_{u_1 n} \varphi_{u_1 c_m} d\zeta$$

$$M_{u_2 c_m c_m'} = \rho A \int_0^l \varphi_{u_2 c_m} \varphi_{u_2 c_m'} d\zeta$$

$$M_{u_1 c_m c_m'} = \rho \int_0^l \varphi_{u_1 c_m} \varphi_{u_1 c_m'} d\zeta$$

$$K_{u_2 d_n d_n'} = EJ \int_0^l \varphi_{u_2 n}'' \varphi_{u_2 n'}'' d\zeta$$

$$K_{u_1 d_n d_n'} = E \int_0^l \varphi_{u_1 n} \varphi_{u_1 n'} d\zeta$$

$$K_{u_2 d_n c_m} = EJ \int_0^l \varphi_{u_2 n}'' \varphi_{u_2 c_m}'' d\zeta$$

$$K_{u_1 d_n c_m} = E \int_0^l \varphi_{u_1 n} \varphi_{u_1 c_m} d\zeta$$

$$K_{u_2 c_m c_m'} = EJ \int_0^l \varphi_{u_2 c_m}'' \varphi_{u_2 c_m'}'' d\zeta$$

$$K_{u_1 c_n c_m} = E \int_0^l \varphi_{u_1 c_n} \varphi_{u_1 c_m}' d\zeta$$

$$n, n' = 1, 2, \dots, N; m, m' = 1, 2$$

则单个子结构的振动方程为

$$\begin{bmatrix} M_{dd} & M_{dk1} & M_{dk2} \\ M_{dk1} & M_{ck1} & \mathbf{0} \\ M_{dk2} & \mathbf{0} & M_{ck2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_d \\ \vdots \\ q_{c1} \\ \vdots \\ q_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{dd} & K_{dk1} & K_{dk2} \\ K_{dk1} & K_{ck1} & \mathbf{0} \\ K_{dk2} & \mathbf{0} & K_{ck2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_d \\ q_{c1} \\ q_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_d \\ \vdots \\ F_{c1n} \\ \vdots \\ F_{c2w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_d \\ \vdots \\ F_{c1w} \\ \vdots \\ F_{c2w} \end{bmatrix} \quad (13)$$

2.3 柔性车载机械手的弹性动力学模型

如图 2 所示, 子结构(1)和(2)可视为铰支固支梁, 二者在 A 点的变形协调条件可表示为

$$R_1 q_{c1}^{(1)} = R_2 q_{c2}^{(2)} \quad q_0^{(1)} = q_0^{(2)} \quad (14)$$

式中, R_i 为子结构 i 的局部坐标系的方向余弦矩阵。

$$q_{c2}^{(j)} = [q_{u_1 c2}^{(j)} \quad q_{u_2 c21}^{(j)}]^T \quad i = 1, 2$$

子结构(3)和(4)可视为固支梁, 二者与子结构(2)在 B 点的变形协调条件可表示为

$$R_2 q_{c1}^{(2)} = q_{c1}^{(3)} = q_{c2}^{(4)} \quad q_{01}^{(3)} = q_{02}^{(4)} \quad (15)$$

$$q_{c1}^{(2)} = [q_{u_1 c1}^{(2)} \quad q_{u_2 c1}^{(2)}]^T$$

$$q_{c1}^{(3)} = [q_{u_1 c1}^{(3)} \quad q_{u_2 c11}^{(3)}]^T$$

$$q_{c2}^{(4)} = [q_{u_1 c2}^{(4)} \quad q_{u_2 c21}^{(4)}]^T$$

子结构(5)可视为悬臂梁, 其与子结构(4)在 D 点的变形协调条件可表示为

$$R_5 q_{c1}^{(5)} = q_{c1}^{(4)} \quad q_{01}^{(5)} = q_{01}^{(4)} \quad (16)$$

$$q_{c1}^{(5)} = [q_{u_1 c1}^{(5)} \quad q_{u_2 c11}^{(5)}]^T \quad q_{c1}^{(4)} = [q_{u_1 c1}^{(4)} \quad q_{u_2 c11}^{(4)}]^T$$

子结构(6)可视为固支梁, 与子结构(3)在 C 点的变形协调条件可表示为

$$q_{c2}^{(6)} = q_{c2}^{(3)} \quad q_{02}^{(6)} = q_{02}^{(3)} \quad (17)$$

$$q_{c2}^{(j)} = [q_{u_1 c2}^{(j)} \quad q_{u_2 c21}^{(j)}]^T \quad j = 3, 6$$

子结构(7)可视为铰支固支梁, 子结构(9)可视为铰支梁, 则二者与子结构(6)在 F 点的变形协调条件为

$$q_{c1}^{(6)} = q_{c2}^{(7)} = R_9 q_{c2}^{(9)} \quad q_{01}^{(6)} = q_0^{(7)} \quad (18)$$

$$q_{c2}^{(9)} = [q_{u_1 c2}^{(9)} \quad q_{u_2 c22}^{(9)}]^T \quad q_{c1}^{(6)} = [q_{u_1 c1}^{(6)} \quad q_{u_2 c11}^{(6)}]^T$$

$$q_{c2}^{(7)} = [q_{u_1 c2}^{(7)} \quad q_{u_2 c21}^{(7)}]^T$$

子结构(8)可视为铰支梁, 其与子结构(7)在 G 点的变形协调条件可表示为

$$q_{c1}^{(7)} = R_8 q_{c2}^{(8)} \quad (19)$$

$$q_{c1}^{(7)} = [q_{u_1 c1}^{(7)} \quad q_{u_2 c1}^{(7)}]^T \quad q_{c2}^{(8)} = [q_{u_1 c2}^{(8)} \quad q_{u_2 c2}^{(8)}]^T$$

子结构(8)与(9)在 H 点的变形协调条件可表示为

$$R_9 q_{c1}^{(9)} = R_8 q_{c1}^{(8)} \quad (20)$$

$$q_{c1}^{(8)} = [q_{u_1 c1}^{(8)} \quad q_{u_2 c1}^{(8)}]^T \quad q_{c1}^{(9)} = [q_{u_1 c1}^{(9)} \quad q_{u_2 c1}^{(9)}]^T$$

两个电机作为集中质量作用在 F 点和 C 点, 用 q_{m1} 和 q_{m2} 表示电机 1 和 2 的模式坐标, 并且有变形协调条件:

$$q_{c2}^{(9)} = q_{m1} \quad q_{c2}^{(6)} = q_{m2} \quad (21)$$

把以上变形协调条件写成矩阵形式:

$$Bq = 0 \quad (22)$$

取 B 中 27 个线性无关的列向量构成矩阵 B_a , 其余列向量记为矩阵 B_f , 其相应的广义坐标分别为 q_a 和 q_f , 则

$$q = \begin{bmatrix} -B_a^{-1} B_f \\ I_N \end{bmatrix} q_f = Dq_f \quad (23)$$

式中 $N = 19$ 。扩展到所有模式坐标, 进一步可导出:

$$\begin{bmatrix} q_d \\ q_{c1} \\ q_{c2} \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{18n} & & & \\ & I_2 & & \\ & & -B_a^{-1} B_f & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_d \\ q_{c1}^{(1)} \\ q_f \\ q_l \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} q_d \\ q_{c1}^{(1)} \\ q_f \end{bmatrix} \quad (24)$$

把子结构动力学控制方程组集合起来, 可得到质量阵 M 和刚度阵 K , 引入变形协调条件后系统的弹性动力学模型为

$$\beta^T M \beta \begin{bmatrix} \ddot{q}_d \\ \ddot{q}_{c1}^{(1)} \\ \ddot{q}_f \end{bmatrix} + \beta^T K \beta \begin{bmatrix} q_d \\ q_{c1}^{(1)} \\ q_f \end{bmatrix} = \beta^T F_{cn} + \beta^T F_{cw} \quad (25)$$

$$F_{cn} = [0 \quad F_{c1n}^T \quad F_{c2n}^T]^T$$

$$F_{cw} = [0 \quad F_{c1w}^T \quad F_{c2w}^T]^T$$

因为对接力为内力, 大小相等, 方向相反, 可证明 $\beta^T F_{cn} = 0$ 。

3 动力学仿真

利用上述模型考察车载机械手的低阶固有频率随几何参数的变化规律, 以及低阶模态对机械手末端振动的贡献, 系统中的物理参数如表 1 所示。图 4 所示为系统一、二、三阶固有频率随摇杆、伸缩杆套、伸缩杆和手爪控制杆截面尺寸(矩形空心截面、壁厚不变)的变化规律。

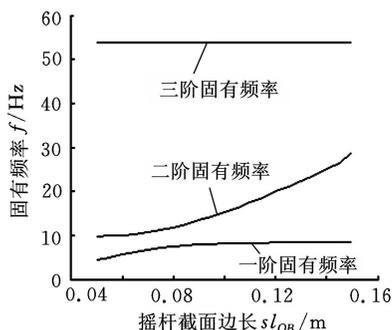
表 1 物理参数

电机 1 质量 (kg)	电机 2 质量 (kg)	梁弹性模量 E (GPa)	梁密度 (kg/m^3)
0.553	0.84	200	7800

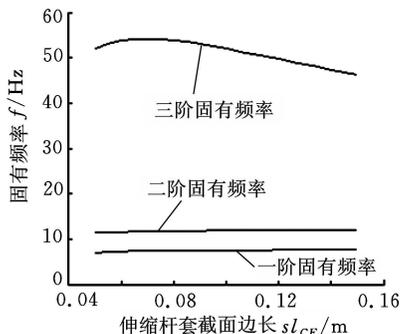
图 4a 示出了摇杆截面尺寸对系统固有频率 f 的影响规律。由图 4a 可见, 当矩形截面边长 sl_{OB} 在 50mm 和 150mm 之间变化时, 一阶固有频率随着截面边长的增大而增大, 频率变化范围为 4.4 ~ 8.4Hz; 当截面边长大于 150mm 时, 一阶固有频率变化甚微, 但二阶固有频率随着截面边长的增大而快速增大, 变化范围为 10 ~ 30Hz; 而摇杆截面尺寸对三阶固有频率影响很小。

图 4b 示出了伸缩杆套截面尺寸对系统固有频率的影响规律。由图 4b 可见, 伸缩杆套截面边长 sl_{CE} 对一、二阶固有频率影响很小; 当截面尺寸为 50 ~ 70mm, 三阶固有频率随着截面尺寸的增大而增大, 频率的变化范围为 52 ~ 54Hz, 当截面尺寸大于 70mm 时, 三阶固有频率下降很快。

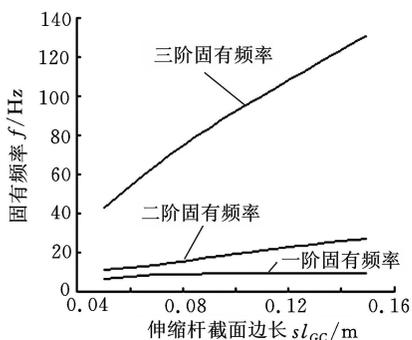
图 4c 示出了伸缩杆截面尺寸对系统固有频率的影响规律。由图 4c 可见, 当矩形截面边长 sl_{CC}



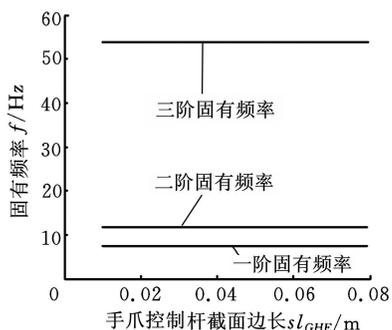
(a) 摇杆截面尺寸 - 固有频率曲线



(b) 伸缩杆套截面尺寸 - 固有频率曲线



(c) 伸缩杆截面尺寸 - 固有频率曲线



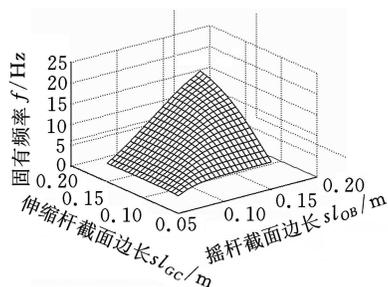
(d) 手爪控制杆截面尺寸 - 固有频率曲线

图 4 截面尺寸对低阶固有频率的影响规律

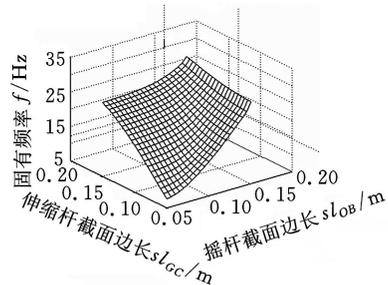
在 50mm 和 100mm 之间变化时,一阶固有频率随着截面边长的增大而增大,频率变化范围为 6.1 ~ 9.1 Hz;当截面边长大于 120mm 时,一阶固有频率变化甚微,但二、三阶固有频率随着截面边长的增大而快速增大,二阶固有频率的变化范围为 11 ~ 26 Hz,而三阶固有频率的变化范围为 41 ~ 130 Hz。

图 4d 示出了手爪控制杆截面边长 s_{CHE} 对系统固有频率的影响规律。由图 4d 可见,手爪控制杆截面尺寸对低阶固有频率的影响甚微。

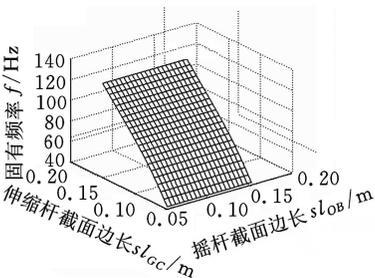
基于以上分析,对低阶固有频率影响较大的为摇杆和伸缩杆的截面尺寸。二者截面尺寸对低阶固有频率的影响,以及摇杆和伸缩杆截面尺寸对低阶固有频率的影响规律如图 5 所示。由图 5 可见,增大摇杆和伸缩杆的截面尺寸可显著提高车载机械手的低阶固有频率。



(a) 一阶固有频率



(b) 二阶固有频率



(c) 三阶固有频率

图 5 摇杆和伸缩杆截面尺寸对低阶固有频率的影响规律

4 结论

①提出将车载机械手分解成若干子结构,在

建立各自动力学模型后,借助边界条件经综合得到系统的动力学方程的建模策略和分析方法。该方法易于实现、计算效率高,便于讨论结构参数对系统低阶模态的影响规律。②增大摇杆和伸缩杆截面尺寸可明显提高机械手的低频特性。③在液压作动器的作用点设置边界坐标,可方便基于动力学特性的控制模型的导出,为机械手的振动控制提供了理论基础。

参考文献:

- [1] Agrawal O P, Shabana A A. Dynamic Analysis of Multi-body Systems Using Component Modes [J]. J. Computer and Structure, 1985, 21(6): 67-70.
- [2] Sunada W, Dubowsky S. The Application of Finite Element Methods to the Dynamic Analysis of Flexible Spatial and Co-Planar Linkage Systems [J]. J. Mech. Design, 1981, 103(3): 643-651.
- [3] 崔玲丽, 张建宇, 高立新, 等. 柔性机械臂系统动力学建模的研究[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(6): 1205-1208.
- [4] 王树新, 蒋铁英, 张铁民, 等. 柔性机械臂的动力学分析与实验研究[J]. 中国机械工程, 1995, 6(6): 18-20.
- [5] Johanni R. On the Automatic Generation of the Equations of Motion for Robots with Elastically Deformable Arms [C]// Proc. of IFAC Symp. on Theory of Robots. Vienna, Austria, 1986: 195-199.
- [6] 李光, 吴敏. 液压柔性机械臂的动力学建模及鲁棒控制研究[J]. 液压与气动, 2005(4): 1-4.
- [7] 曹学民, 黄之初. 柔性机械手动力学研究[J]. 武汉理工大学学报, 2006, 28(8): 81-84.
- [8] Bellezza F, Lanari L, Ulivi G. Exact Modeling of the Flexible Slewing Link [C]// Proc. of IEEE Int. Conf. Robotics and Automation. Cincinnati, OH, USA: IEEE, 1990: 734-739.
- [9] 徐晨, 傅瑜. FRM 建模方法与精度的研究[J]. 电子科技杂志, 1999(3): 1-12.
- [10] 郭木河, 张戎军, 孙增新, 等. 柔性机械手的建模与控制[J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 3-6.
- [11] 张汝青, 殷学纲, 董明. 计算结构动力学[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1987.
- [12] 王文亮, 杜作润. 结构振动与动态子结构方法[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1985. (编辑 何成根)

作者简介: 马振书, 男, 1966 年生。中国科学院合肥智能机械研究所、中国科学技术大学工程科学学院博士研究生, 军械技术研究所武器室主任、研究员。主要研究方向为机器人及智能微机械。获国家科技进步二等奖 1 项, 军队(部委)科技进步一等奖 4 项, 二等奖 8 项, 获专利 20 余项。发表论文 30 余篇。梅涛, 男, 1962 年生。中国科学院合肥分院副院长、研究员、博士研究生导师, 中国科学技术大学工程科学学院教授。