

拟人机器人运动学分析*

杨东超 刘 莉 徐 凯 汪劲松 陈 愚

(清华大学精密仪器与机械学系 北京 100084)

摘要: 由于拟人机器人自由度数目众多而且不存在一般工业机器人那样的固定基座, 使用常规方法对其进行运动学分析并不是很合适。仿人机器人的 13 杆几何模型提出了一种新思路, 即利用统一的模型对拟人机器人任何动作进行运动学的分析计算, 并推导出了拟人机器人正、逆运动学的计算公式。最后利用 3DS MAX3.0 进行了动画仿真, 验证了该方法和所推导公式的正确性。

关键词: 拟人机器人 运动学

中图分类号: TP242

0 前言

由于拟人机器人特有的复杂性, 其运动学分析与一般工业机器人有着较大的不同^[1-3], 主要表现在以下两个方面。

(1) 自由度数目较多

一般来讲, 工业机器人的自由度数目都少于或等于 6, 而拟人机器人仅下肢的自由度数就在 10 个以上。自由度数目的增多给拟人机器人的运动学分析增加了难度。这里讨论的拟人机器人下肢的自由度数目为 12, 每条腿 6 自由度, 分别为: 髋关节 3、膝关节 1、踝关节 2, 并且踝关节 2 自由度轴线相交于踝关节中心, 髋关节 3 自由度轴线相交于髋关节的中心。

(2) 不存在基座

工业机器人一般都是固定在基座上进行工作的, 而拟人机器人不存在基座, 即使在单腿支撑期时可将其某一只脚, 比如左脚视为“基座”, 但当左腿摆动时, 就不能再将其视为“基座”了。尽管可以通过不断轮流地将两只脚视为“基座”来进行拟人机器人的运动学分析, 但是如此处理实际上是将机器人的运动学分析划分为不同的区间, 这种方式不仅非常繁琐, 而且容易出错。

针对上述问题, 提出了一种新思路, 利用统一的模型对拟人机器人的任何动作进行运动学的分析计算, 并推导出了拟人机器人正、逆运动学的计算公式。最后利用 3DS MAX3.0 进行了动画仿真, 验证了该方法和所推导公式的正确性。

1 建模

目前解决运动学问题的方法已达几十种之多^[4,5], 由于常规的坐标变换法和 D-H 规则^[6]最为直观, 应用也最为广泛, 这里也采用它们来进行拟人机器人的运动学分析。所建模型如图 1 所示。

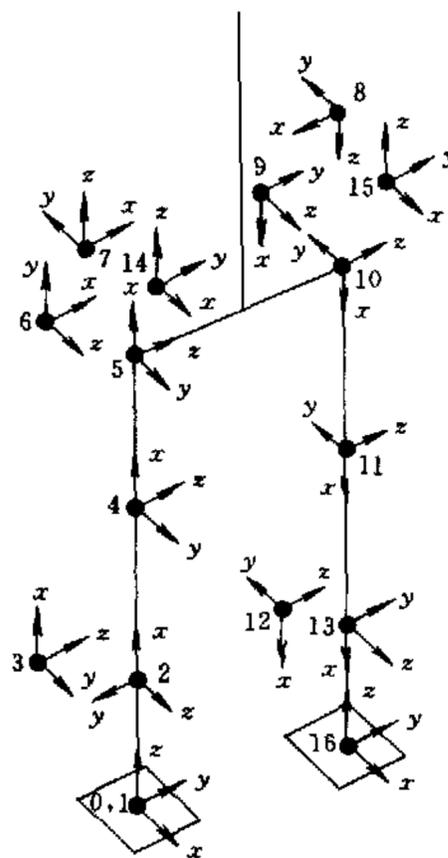


图 1 拟人机器人运动学模型

图中机器人为直立姿势, 并取为机器人零位。具体的坐标系说明请参照表 1。

样机的下肢几何尺寸如表 2 所示。

由此可得各坐标系之间的转换矩阵。

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & l_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & l_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & l_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

* 清华大学 985 基金资助项目(081100401)。20020424 收到初稿, 20030531 收到修改稿

表1 坐标系说明

原点位置	固连对象	备注
0 右踝*中心在地面投影	地面	
1 同0**	右脚	
2 右踝中心	右踝十字框	该十字框使2自由度轴线交于踝关节中心
3 同2	右小腿	
4 右膝中心	右大腿	
5 右髋中心	右髋十字框	该十字框使2自由度轴线交于髋关节中心
6 同5	右髋蜗杆	蜗轮蜗杆机构使3轴线交于髋关节中心
7 同5	躯干	
8 左髋中心	左髋十字框	同5***
9 同8	左髋蜗杆	同6
10 同8	左大腿	
11 左膝中心	左小腿	
12 左踝中心	左踝十字框	同2
13 同12	左脚	
14 同5	躯干	
15 同8	躯干	
16 右踝中心在地面投影	左脚	

* 即右腿踝关节

** 意为坐标系1的原点位置与坐标系0的原点位置重合

*** 意为该处十字框的作用与坐标系5处的十字框相同

表2 样机下肢几何尺寸

踝高	小腿长	两腿中心距	大腿长
121.8 mm	385 mm	250 mm	412 mm

式中

$$r_{11} = \cos \alpha_1 \cos \beta_1$$

$$r_{12} = \cos \alpha_1 \sin \beta_1 \sin \gamma_1 - \sin \alpha_1 \cos \gamma_1$$

$$r_{13} = \cos \alpha_1 \sin \beta_1 \cos \gamma_1 + \sin \alpha_1 \sin \gamma_1$$

$$r_{21} = \sin \alpha_1 \cos \beta_1$$

$$r_{22} = \sin \alpha_1 \sin \beta_1 \sin \gamma_1 + \cos \alpha_1 \cos \gamma_1$$

$$r_{23} = \sin \alpha_1 \sin \beta_1 \cos \gamma_1 - \cos \alpha_1 \sin \gamma_1$$

$$r_{31} = -\sin \beta_1$$

$$r_{32} = \cos \beta_1 \sin \gamma_1$$

$$r_{33} = \cos \beta_1 \cos \gamma_1$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_2 & -\cos \theta_2 & 0 & 0 \\ \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 121.8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 385 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & 412 \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^6_7T = \begin{bmatrix} \cos \theta_7 & -\sin \theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_7 & -\cos \theta_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^7_{14}T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{14}_{15}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 250 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{15}_8T = \begin{bmatrix} -\sin \theta_8 & -\cos \theta_8 & 0 & 0 \\ -\cos \theta_8 & \sin \theta_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^8_9T = \begin{bmatrix} -\sin \theta_9 & -\cos \theta_9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \cos \theta_9 & -\sin \theta_9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^9_{10}T = \begin{bmatrix} \cos \theta_{10} & -\sin \theta_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{10} & -\cos \theta_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{10}_{11}T = \begin{bmatrix} \cos \theta_{11} & -\sin \theta_{11} & 0 & 412 \\ \sin \theta_{11} & \cos \theta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{11}_{12}T = \begin{bmatrix} \cos \theta_{12} & -\sin \theta_{12} & 0 & 385 \\ \sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{12}_{13}T = \begin{bmatrix} \cos \theta_{13} & -\sin \theta_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin \theta_{13} & \cos \theta_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_1\mathbf{T}^{-1} {}^0_{14}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中

$$k_{11} = \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_6 \sin \theta_7 + \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cos \theta_7$$

$$k_{12} = \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_6 \cos \theta_7 - \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_7$$

$$k_{13} = \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cos \theta_6$$

$$k_{14} = 412 \sin(\theta_3 + \theta_4) + 385 \sin \theta_3$$

$$k_{21} = -\sin \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_6 \sin \theta_7 + \sin \theta_2 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cos \theta_7 + \cos \theta_2 \cos \theta_6 \sin \theta_7$$

$$k_{22} = -\sin \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_6 \cos \theta_7 - \sin \theta_2 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_7 + \cos \theta_2 \cos \theta_6 \cos \theta_7$$

$$k_{23} = -\sin \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cos \theta_6 - \cos \theta_2 \sin \theta_6$$

$$k_{24} = -412 \sin \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4) - 385 \sin \theta_2 \cos \theta_3$$

$$k_{31} = \cos \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_6 \sin \theta_7 - \cos \theta_2 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cos \theta_7 + \sin \theta_2 \cos \theta_6 \sin \theta_7$$

$$k_{32} = \cos \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_6 \cos \theta_7 + \cos \theta_2 \sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \sin \theta_7 + \sin \theta_2 \cos \theta_6 \cos \theta_7$$

$$k_{33} = \cos \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) \cos \theta_6 - \sin \theta_2 \sin \theta_6$$

$$k_{34} = 412 \cos \theta_2 \cos(\theta_3 + \theta_4) + 385 \cos \theta_2 \cos \theta_3 + 121.8$$

根据第4列前3行元素对应相等可得

$$\begin{cases} \theta_4 = \arccos\left(\frac{a_1 - 412^2 - 385^2}{2 \times 412 \times 385}\right) \\ \theta_3 = \arcsin\left(\frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4c_1d_1}}{2a_1}\right) \\ \theta_2 = -\arctan\left(\frac{k_{24}}{k_{34} - 121.8}\right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } a_1 &= k_{14}^2 + k_{24}^2 + (k_{34} - 121.8)^2 \\ b_1 &= -2 \times k_{14} \times (385 + 412 \cos \theta_4) \\ c_1 &= 412^2 + 385^2 + 2 \times 412 \times 385 \times \cos \theta_4 \\ d_1 &= k_{14}^2 - 412^2 \sin^2 \theta_4 \end{aligned}$$

根据运动学知识易知

$$\begin{cases} \theta_7 + \alpha_1 = \alpha_2 \\ \theta_1 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \beta_1 = \beta_2 \\ \theta_2 + \theta_6 + \gamma_1 = \gamma_2 \end{cases}$$

从而可得

$$\theta_7 = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$\theta_6 = \gamma_2 - \gamma_1 - \theta_2$$

$$\theta_5 = \beta_2 - \beta_1 - \theta_3 - \theta_4$$

$$\theta_1 = \beta_2 - \beta_1 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5$$

3.2 左腿逆运动学公式推导

左脚相对参考坐标系15的位姿为

$${}^{15}_{16}\mathbf{T} = ({}^0_{15}\mathbf{T})^{-1} {}^0_{16}\mathbf{T} = ({}^0_{14}\mathbf{T} {}^0_{15}\mathbf{T})^{-1} {}^0_{16}\mathbf{T} = {}^8_8\mathbf{T} {}^9_9\mathbf{T} {}^{10}_{10}\mathbf{T} {}^{11}_{11}\mathbf{T} {}^{12}_{12}\mathbf{T} {}^{13}_{13}\mathbf{T} {}^{14}_{14}\mathbf{T}$$

两边同乘以 ${}^{15}_8\mathbf{T}^{-1}$, 得

$${}^{15}_8\mathbf{T}^{-1} {}^{15}_{16}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中

$$h_{11} = -\sin \theta_9 \sin(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12})$$

$$h_{12} = \sin \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \sin \theta_{13} - \cos \theta_9 \cos \theta_{13}$$

$$h_{13} = \sin \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \cos \theta_{13} + \cos \theta_9 \sin \theta_{13}$$

$$h_{14} = -121.8 \sin \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \cos \theta_{13} - 385 \sin \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11}) - 121.8 \cos \theta_9 \sin \theta_{13} - 412 \sin \theta_9 \cos \theta_{10}$$

$$h_{21} = -\cos(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12})$$

$$h_{22} = -\sin(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \sin \theta_{13}$$

$$h_{23} = -\sin(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \cos \theta_{13}$$

$$h_{24} = 121.8 \sin(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \cos \theta_{13} + 385 \sin(\theta_{10} + \theta_{11}) + 412 \sin \theta_{10}$$

$$h_{31} = \cos \theta_9 \sin(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12})$$

$$h_{32} = -\cos \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \sin \theta_{13} - \sin \theta_9 \cos \theta_{13}$$

$$h_{33} = -\cos \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \cos \theta_{13} + \sin \theta_9 \sin \theta_{13}$$

$$h_{34} = 121.8 \cos \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12}) \cos \theta_{13} + 385 \cos \theta_9 \cos(\theta_{10} + \theta_{11}) - 121.8 \sin \theta_9 \sin \theta_{13} + 412 \cos \theta_9 \cos \theta_{10}$$

根据第4列前3行元素对应相等可得

$$\begin{cases} \theta_{11} = \arccos\left(\frac{a_2 - 412^2 - 385^2}{2 \times 412 \times 385}\right) \\ \theta_{10} = \arcsin\left(\frac{-b_2 + \sqrt{b_2^2 - 4c_2d_2}}{2c_2}\right) \\ \theta_9 = \arcsin\left(-\frac{h_{14} + 121.8h_{13}}{385 \cos(\theta_{10} + \theta_{11}) + 412 \cos(\theta_{10})}\right) \end{cases}$$

式中

$$\begin{aligned} a_2 &= (h_{14} - r)^2 + (h_{24} - s)^2 + (h_{34} - t)^2 \\ b_2 &= -2 \times (h_{24} - s) \times (412 + 385 \cos \theta_{11}) \\ c_2 &= 412^2 + 385^2 + 2 \times 412 \times 385 \times \cos(\theta_{11}) \\ d_2 &= (h_{24} - s)^2 - 385^2 \sin^2 \theta_{11} \\ r &= -121.8h_{13} \\ s &= -121.8h_{23} \\ t &= -121.8h_{33} \end{aligned}$$

根据运动学知识易知

$$\begin{cases} \theta_8 + \alpha_2 = \alpha_3 \\ \theta_{10} + \theta_{11} + \theta_{12} + \beta_2 = \beta_3 \\ \theta_9 + \theta_{13} + \gamma_2 = \gamma_3 \end{cases}$$

从而可得

$$\begin{aligned} \theta_8 &= \alpha_3 - \alpha_2 \\ \theta_{12} &= \beta_3 - \beta_2 - \theta_{10} - \theta_{11} \\ \theta_{13} &= \gamma_3 - \gamma_2 - \theta_9 \end{aligned}$$

4 仿真结果

根据上述推导出的逆运动学计算公式, 利用 Matlab 编程计算出拟人机器人平地行走时机器人各关节的坐标和关节角度大小, 并利用 3DS MAX 进行了动画仿真, 结果如图 2 所示。在此动画仿真中机器人成功实现了由事先规划的双足以及躯干的位姿所确定的机器人平地行走的完整步行动作, 证明了该思路以及所推导公式的正确性。

图 2 在 3DS MAX 中进行的动画仿真

5 结论

分析了拟人机器人不同于一般工业机器人的特点, 根据机器人双足以及躯干的位姿和姿态转换矩阵, 推导出了正、逆运动学计算公式, 解决了由于拟人机器人不存在基座而造成的对拟人机器人进行运动学分析需要分段处理的问题, 也避免了由于大量矩阵相乘而造成的无法解方程组的现象, 推导过程更加简单、明了。动画仿真结果证明了该方法及所推导公式的正确性, 该法适用于所有类似结构和自由度分配的拟人机器人。

参 考 文 献

- 1 董明晓, 周以齐, 张明勤. PUMA 机器人逆运动学求解新方法. 组合机床与自动化加工技术, 2000(10): 19~21
- 2 何永义, 付家峰, 叶益东, 等. PT-500 型机器人运动学分析及其控制器研制. 上海大学学报(自然科学版), 1997, 3(增刊): 116~120
- 3 陈安军, 谢根党. 适应于机器人机构的运动学递推公式. 信阳师范学院学报(自然科学版), 1994, 7(1): 40~46
- 4 刘树武, 刘东红. 运动学分析方法综述. 天津商学院学报, 1998(2): 60~66
- 5 刘树武, 刘东红. 运动学分析方法综述(续). 天津商学院学报, 1999, 19(4): 58~64
- 6 陈乐生. 质心坐标系的运动学逆解. 福州大学学报(自然科学版), 1996(3): 38~42

KINEMATICS ANALYSIS OF HUMANOID ROBOT

Yang Dongchao Liu Li
Xu Kai Wang Jinsong Chen Ken
(Tsinghua University)

Abstract: It is inapposite to analyze kinematics of humanoid robot with general method because its DOF is high and it has not a fixed base like industrial robots. A new method that can use the same model to analyze any motion of humanoid robot and the formulations of kinematics is provided. Finally, the simulation in 3DS MAX proves that the method and formulations are true.

Key words: Humanoid robot Kinematics

作者简介: 杨东超, 男, 1975 年出生, 博士研究生。主要从事机器人步态规划与仿真、机器人动力学研究工作, 发表论文 10 余篇。