

DOI: 10.3901/JME.2012.03.121

# 基于有限差分法对不同润滑介质下静压气体轴颈轴承性能研究\*

王学敏<sup>1</sup> 杜建军<sup>2</sup> 李姗姗<sup>1</sup>

(1. 中国科学院等离子体物理研究所 合肥 230031;

2. 哈尔滨工业大学深圳研究生院 深圳 518055)

**摘要:** 利用有限差分方法编写一套可以用于分析动静压气体轴承性能的计算程序, 并通过已有算例和试验验证本程序计算结果的可靠性。对不同润滑介质下静压轴颈轴承气体消耗量进行研究, 发现不同分子量润滑介质下气体消耗量随偏心率变化表现出不同的变化规律, 小分子润滑介质下气体消耗量与偏心率成正比, 而大分子润滑介质下气体消耗量与偏心率成反比, 并且此规律与节流小孔类型无关, 小孔节流轴颈轴承气体消耗量大于环面节流类型轴颈轴承。相同供气压力和偏心率情况下, 小分子润滑介质小孔节流轴颈轴承承载能力比环面节流类型轴承承载能力小, 大分子润滑介质下正好相反。本程序方法为后来对俄罗斯油—气混合低温氦透平膨胀机气体轴承端改造奠定了理论基础。

**关键词:** Reynolds 方程 润滑介质 有限差分法 静压气体轴颈轴承

**中图分类号:** TH133 TH117

## Performance Research on the Externally Pressurized Gas Journal Bearing under Different Working Gas Based on Finite Difference Method

WANG Xuemin<sup>1</sup> DU Jianjun<sup>2</sup> LI Shanshan<sup>1</sup>

(1. Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031;

2. Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055)

**Abstract:** Based on finite difference method, an analytical program for the calculus of bearing's performance are developed, which can be used for hybrid gas bearing. The reliability of the results is validated by a classical case and the experiments. The change regularity of gas consumption in relation to eccentricity ratio for externally pressurized gas journal bearing under different molecule working gas is studied. The gas consumption is directly proportional to eccentricity ratio for small molecule working gas, on the contrary for large molecule working gas, and this basic law has nothing to do with the restrictor type. The gas consumption is generally larger in the case of a gas bearing with orifice restrictor as compared to gas bearing with inherent compensated restrictor. In the same supply pressure and eccentricity ratio, for small molecule working gas, the load of journal bearing with orifice restrictor is smaller than journal bearing with inherent compensated restrictor, while the bearing loads for large molecule working gas show a reverse trend. This research is a fundamental stage for the further improvement of gas bearing end in Russian oil-gas hybrid cryogenic helium turbo-expander.

**Key words:** Reynolds equation Working gas Finite difference method Externally pressurized gas journal bearing

### 0 前言

由于气体润滑轴承具有摩擦功率小、无污染、运动精度高等优点, 静压气体轴承已被广泛应用于各种高精度测量仪器, 如高精度机床、大规模集成

电路加工设备和医疗器械等领域。早期静压气体轴承主要以空气为润滑介质<sup>[1]</sup>, 近年来随着核能和航空航天技术的发展, 为气体轴承应用于某些特殊场合带来了可能<sup>[2]</sup>, 气体轴承如果以工作气体为润滑介质能够避免对工作气体的污染, 而不同分子量润滑介质对气体轴承性能影响很大, 有的甚至表现出不同的变化规律, 而此方面的对比数据还未有报道。

本文利用有限差分法程序对不同润滑介质下

\* 中科院知识创新重要方向性资助项目(KJCX2-YW-N16)。20110214 收到初稿, 20111011 收到修改稿

静压轴颈轴承静态特性进行了研究，轴颈轴承分别使用大分子润滑介质和小分子润滑介质，结果发现轴承气体消耗量随偏心率表现出不同的变化规律，并且此规律与节流小孔类型无关；另外，环面节流和小孔节流类型轴颈轴承在不同润滑介质条件下承载能力也表现出不同的变化规律。

对于气体润滑技术的应用而言，通过求解 Reynolds 方程准确预测轴承性能是其关键。目前用于求解 Reynolds 方程的主要方法有限差分法、有限元法和有限体积法，以及近年来发展的一种微分求积法<sup>[3]</sup>，另外也有一些非主流的算法应用于 Reynolds 方程求解，例如多重网格法、边界元法 CE/SE 等<sup>[4]</sup>。有文献对上述方法进行了比较，结果表明有限差分法相比有限元法在求二维轴承问题时，计算用时少<sup>[5]</sup>，编写过程灵活<sup>[6]</sup>，应用广泛；国外也有一些专门针对求动压和静压气体轴承性能的商业软件，例如 DyRoBeS-BePerf 和 VT-EXPRESS 软件<sup>[7]</sup>中有分别求动压气体轴承和静压气体轴承的模块，但售价很昂贵。

### 1 数学模型

以如图 1a、1b 所示的轴承结构为研究对象。图 1 中， $D$  为轴承直径， $L$  为轴承长度， $d$  为节流小孔直径， $e$  为偏心率， $\delta_1$  为厚度， $p_s$  为供气压力， $p_a$  为环境压力， $y$  为轴向方向。由于本文结论未考虑转速影响，因此只考虑静态情况，后面用到的参数符号与图 1 中相对应。

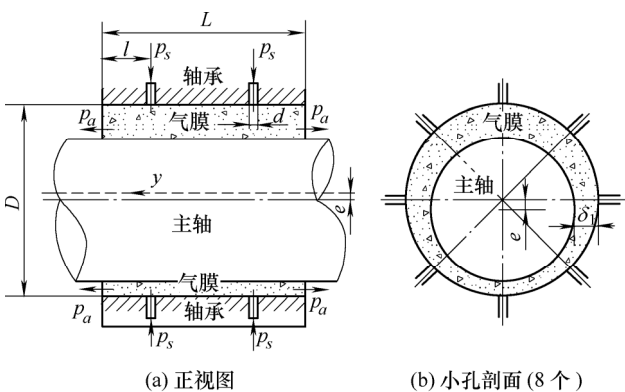


图 1 径向静压气体轴承结构

### 2 数学模型

#### 2.1 Reynolds 方程量纲一化

很多文献都有详细的 Reynolds 方程推导过程<sup>[8-9]</sup>，完整的可压缩稳态量纲一化 Reynolds 方程

如式(1)所示

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( p H^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( p H^3 \frac{\partial p}{\partial Y} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (p H) \tag{1}$$

式中  $\Lambda$ ——轴承数， $\Lambda = 6\mu UR / (p_a h^2)$

$U = R\omega = \pi R n / 30$

$\mu$ ——动力粘度

$n$ ——转速

$\omega$ ——旋转角速度

$R$ ——轴颈半径

$h$ ——气膜间隙

$Y$ ——量纲一轴向坐标， $Y = L / 2R$

$\theta$ ——量纲一环向坐标

$p$ ——量纲一压力

$H$ ——量纲一气膜长度

式(1)中量纲一边界条件如下。

(1) 气体排入周围环境的边界和对称边界上，

$$Y = 0, \quad p = 1; \quad Y = L / 2R, \quad \frac{\partial p}{\partial Y} = 0.$$

(2) 气膜被剪开的两边界上， $\theta = 0$ ， $p_{1,j} = p_{\Pi-1,j}$ ， $\theta = 2\pi$ ， $p_{\Pi,j} = p_{2,j}$ ，其中  $\Pi$  为最大网格数。

#### 2.2 收敛条件

##### 2.2.1 质量守恒

由于气膜厚度相对于其他几何尺寸小  $10^3 \sim 10^4$  量级，因此略去圆柱表面曲率产生的影响很小。为了便于程序编写，一般都是把圆柱轴承的气膜展开成如图 2 所示的一个平面<sup>[9]</sup>，将轴承面按两供气孔的中心线划分为  $n$  个区域，其中  $n$  为供气孔数（本文以 8 个供气孔为例）。每个区域内都要满足质量流量连续的条件，即  $\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_o$ ，其中流进单个区域内的流量

$$\dot{Q}_{in} = \phi A_i p_s \sqrt{\frac{2\rho_a}{p_a} \psi} \tag{2}$$

式中  $\psi$ ——流量系数

$$\psi = \begin{cases} \sqrt{\frac{k}{2} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} & \beta_i \leq \beta_k = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \\ \sqrt{\frac{k}{k-1} \left[ \beta_i^{2/k} - \beta_i^{(k+1)/k} \right]} & \beta_i > \beta_k = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \end{cases}$$

$\phi$ ——流量系数，一般取值 0.80~0.85

$\rho_a$ ——气体密度

$k$ ——绝热指数

$\beta_i$ ——孔后压比， $\beta_i = p_{0i} / p_s$

$p_{0i}$ ——孔后压力

$\beta_k$ ——孔后临界压比

$A_i$ ——节流面积，其中环面节流  $A_i = \pi dh$ ，

小孔节流  $A_i = \pi d^2/4$

流出单个区域内的质量流量分别为

$$\dot{Q}_{ox} = \int_0^b \int_0^h \rho v_x dy dz = \frac{\rho_a}{p_a} \int_0^b \left( \frac{Uh}{2} - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) p dy \quad (3)$$

$$\dot{Q}_{oy} = \int_0^{2\pi R} \int_0^h \rho v_y dx dz = \frac{\rho_a}{p_a} \int_0^{2\pi R} \left( -\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) p dx \quad (4)$$

式中  $x$ ——环面方向

$z$ ——气膜方向

$v_x$ —— $x$ 方向流速

$v_y$ —— $y$ 方向流速

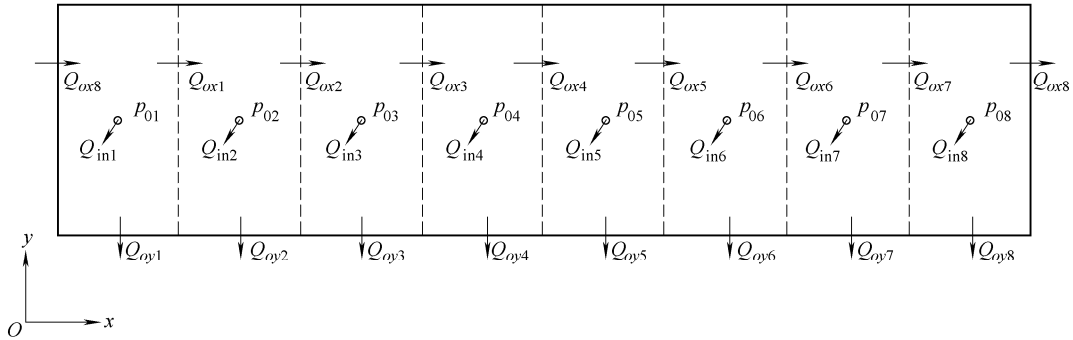


图2 气膜划分区域示意图

### 2.2.2 压力分布

有限差分求 Reynolds 方程是先通过离散化 Reynolds 方程得到有可求解的代数方程组，从而获得气膜内的压力分布，再对面积求积分求得轴承承载能力和刚度。本程序采用应用最广泛的超松弛迭代方法<sup>[10]</sup>，其方法是将偏微分方程离散成网格点值的压力方程，其中两网格点间的压力收敛判据为

$$\frac{\sum_{i=2}^{m-1} \sum_{j=2}^{n-1} |\bar{p}_{i,j}^{(k)} - \bar{p}_{i,j}^{(k-1)}|}{\sum_{i=2}^{m-1} \sum_{j=2}^{n-1} |\bar{p}_{i,j}^{(k)}|} \leq \delta \quad (5)$$

式中  $\bar{p}_{i,j}^{(k)} = \lambda p_{i,j}^{(k)} + (1-\lambda)p_{i,j}^{(k-1)}$

$\lambda$ ——加速系数，一般取  $1 < \lambda < 2$

$\delta$ ——收敛精度

$m$ ——环向网格等份数

$n$ ——轴向网格等份数

## 3 计算结果与分析

### 3.1 结果验证

文献[9]中提供了利用有限元法计算轴颈轴承的一个算例，轴承参数如下：轴颈直径  $D=100$  mm，长度  $L=100$  mm，两排（轴向方向）每排（环向分布）8个供气孔，节流小孔直径  $d=0.2$  mm，节流孔至端面距离  $l=25$  mm，轴承气膜间隙  $h=0.02$  mm，供气压力  $p_s=0.4$  MPa，大气压力  $p_a=0.1$  MPa，节流孔为

带有均压槽的小孔节流类型，工质为空气。

利用本程序计算的承载能力和气体消耗量随偏心率变化的关系式分别见图3、4，文献[9]中提供了偏心率  $\varepsilon=0.2$  时的承载能力和气体消耗量的计算结果，结果比较如表1所示。

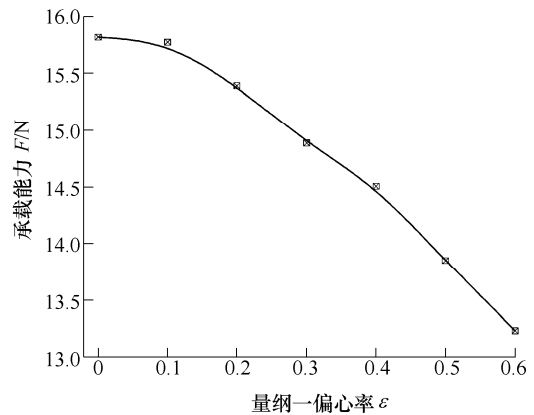


图3 承载能力随偏心率变化关系

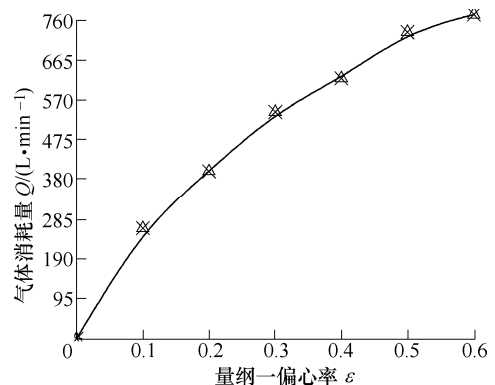


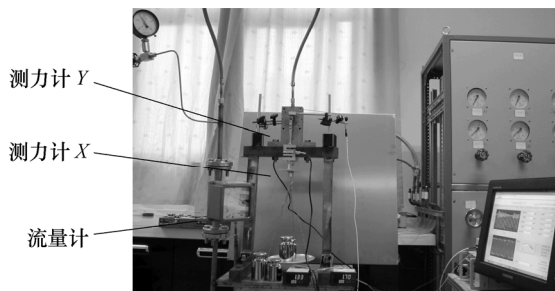
图4 气体消耗量随偏心率变化关系

表 1 计算结果比较

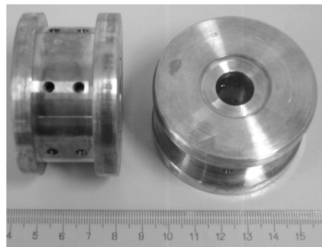
静态特性	承载能力 $F/N$	气体消耗量 $Q/(L \cdot \text{min}^{-1})$
文献[9]结果	16.176	444.2
本文方法结果	15.393	400.1
相对误差 $\eta/\%$	6.49	9.93

与有限元方法计算结果相比,两者误差在 10% 以下,产生误差的原因除了程序本身以外,还与两种方法对文献中未提供的其他参数取值差异有关,另外收敛精度和网格数的选择对计算结果也有一定影响。

为了更一步验证程序的可靠性,本文设计了可以用于测量静压气体轴承静态性能试验平台,图 5a 为试验平台的整体结构图,图 5b 为试验轴承,具体参数见第 3.2 节,小孔类型为环面节流小孔,润滑介质为氮气,分别测量了不同供气压力下的承载能力和气体消耗量随位移的变化关系,如图 6、7 所示,结果表明理论计算值与试验结果亦很接近。



(a) 试验平台



(b) 试验轴承

图 5 气体轴承静态性能测试平台

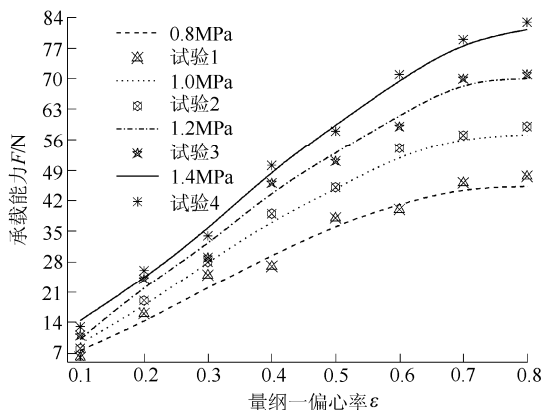


图 6 承载能力随偏心率变化关系

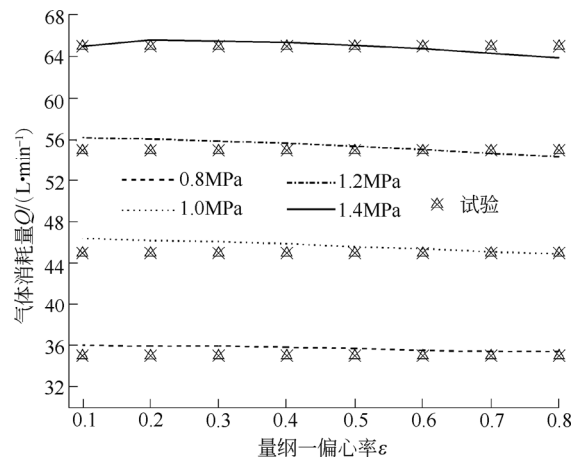


图 7 气体消耗量随偏心率变化关系

### 3.2 不同润滑介质下轴颈轴承静态性能分析

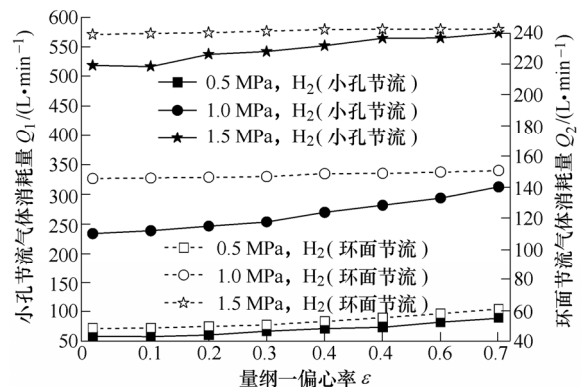
本文以如下计算模型参数为例:轴颈直径  $D=14\text{ mm}$ ,长度  $L=33\text{ mm}$ ,两排(轴向方向)每排(环向分布)8个供气孔,小孔直径  $d=0.4\text{ mm}$ ,孔至端面距离  $l=9.5\text{ mm}$ ,轴承气膜间隙  $h=0.0225\text{ mm}$ 。

选用的润滑介质参数如表 2 所示,按分子量是否比空气大划分为小分子润滑介质和大分子润滑介质(空气归大分子润滑介质),其中密度、粘度和绝热指数均为常温常压时的取值。

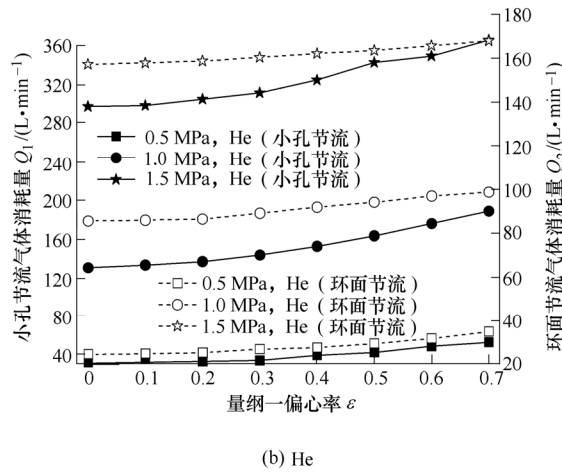
表 2 润滑介质参数

润滑介质	密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	粘度 $\mu/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	绝热指数 $k$	
小分子	$\text{H}_2$	0.09	$9.1 \times 10^{-6}$	1.40
	He	0.18	$2.0 \times 10^{-5}$	1.67
	Ne	0.90	$3.2 \times 10^{-5}$	1.67
空气	1.25	$1.88 \times 10^{-5}$	1.41	
大分子	$\text{CO}_2$	1.98	$1.52 \times 10^{-5}$	1.29
	Xe	5.89	$2.33 \times 10^{-5}$	1.67

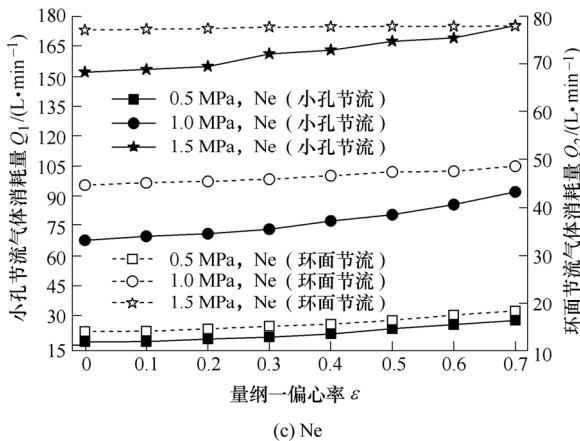
图 8、9 分别表示大分子润滑介质和小分子润滑介质条件下,环面节流与小孔节流类型轴颈轴承气体消耗量在不同供气压力下随偏心率变化规律,从图中可以看出,大分子润滑介质时,轴承气体消耗量随偏心率增大而减小,而对于小分子润滑介质,气体消耗量随偏心率增大而增加,并且环面节流和小孔节流类型轴颈轴承均表现为相同的变化规律。



(a) 氢气  $\text{H}_2$

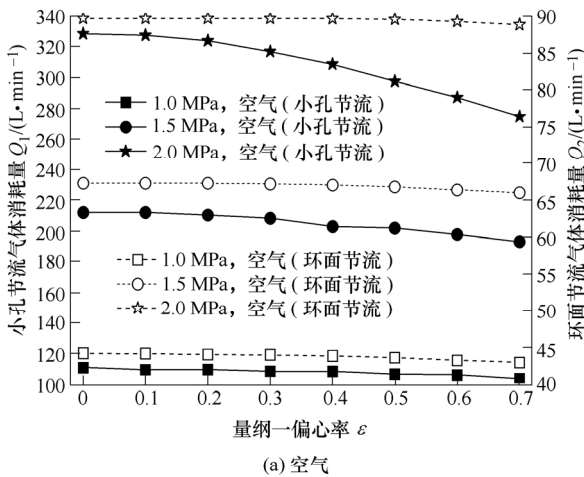


(b) He

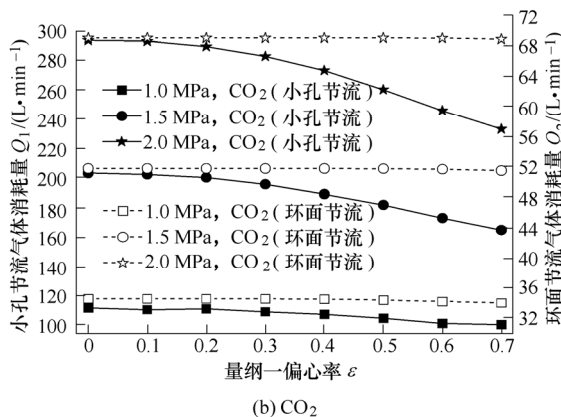


(c) Ne

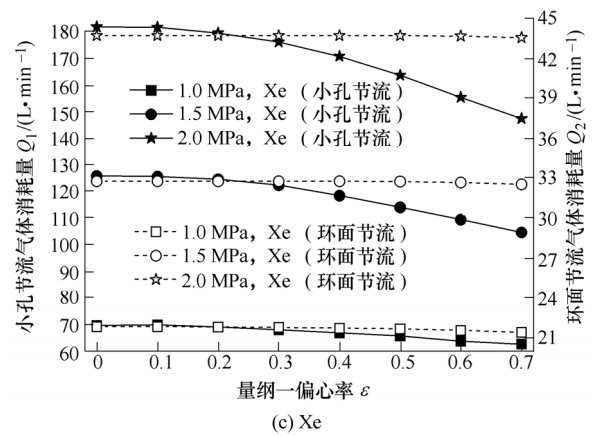
图8 小分子润滑介质气体消耗量随偏心率变化关系



(a) 空气



(b) CO<sub>2</sub>



(c) Xe

图9 大分子润滑介质气体消耗量随偏心率变化关系

文中小分子供气压力变化范围为 0.5~1.5 MPa, 大分子供气压力变化范围 1.0~2.0 MPa, 之所以没有取相同的压力变化范围, 是因为对于小分子润滑介质在较大供气压力下和大分子润滑介质在较小供气压力条件下, 与上述得到的结论略有不同, 即小分子润滑介质在较大供气压力下, 气体消耗量与偏心率变化成反比, 大分子润滑介质在较小供气压力下, 气体消耗量与偏心率变化成正比, 如图 10、11 所示, 其原因分析为在供气压力较小或较大时容易使节流小孔发生堵塞。

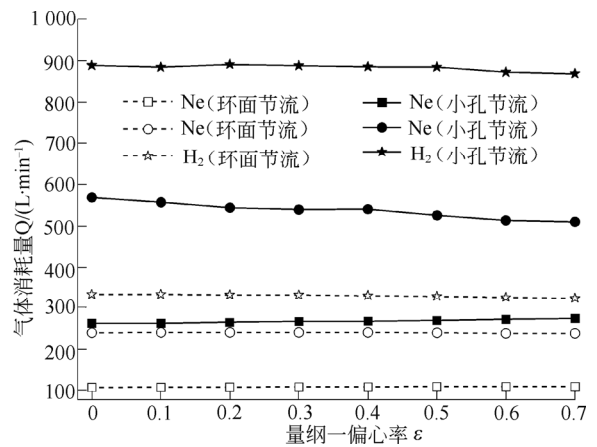


图10  $p_s=2$  MPa 小分子气体消耗量随偏心率变化关系

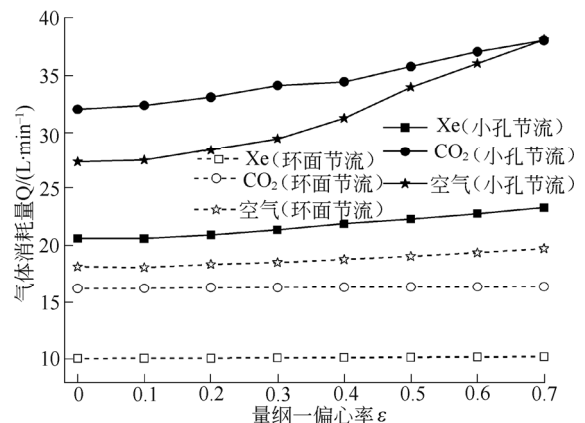


图11  $p_s=0.5$  MPa 大分子气体消耗量随偏心率变化关系

另外还可以发现,小分子润滑介质下,小孔节流气体消耗量大约是环面节流小孔的1.1~2.5倍,而对于大分子润滑介质,小孔节流类型气体消耗量大约是环面节流类型的2~4倍,并且环面节流类型轴颈轴承的气体消耗量随偏心率变化并不明显,有的只在小数点后几位变化。

图12、13分别表示6种不同润滑介质条件下轴颈轴承承载能力随偏心率变化关系,可以看出,无论是大分子润滑介质还是小分子润滑介质,承载能力都随偏心率增大而增大。

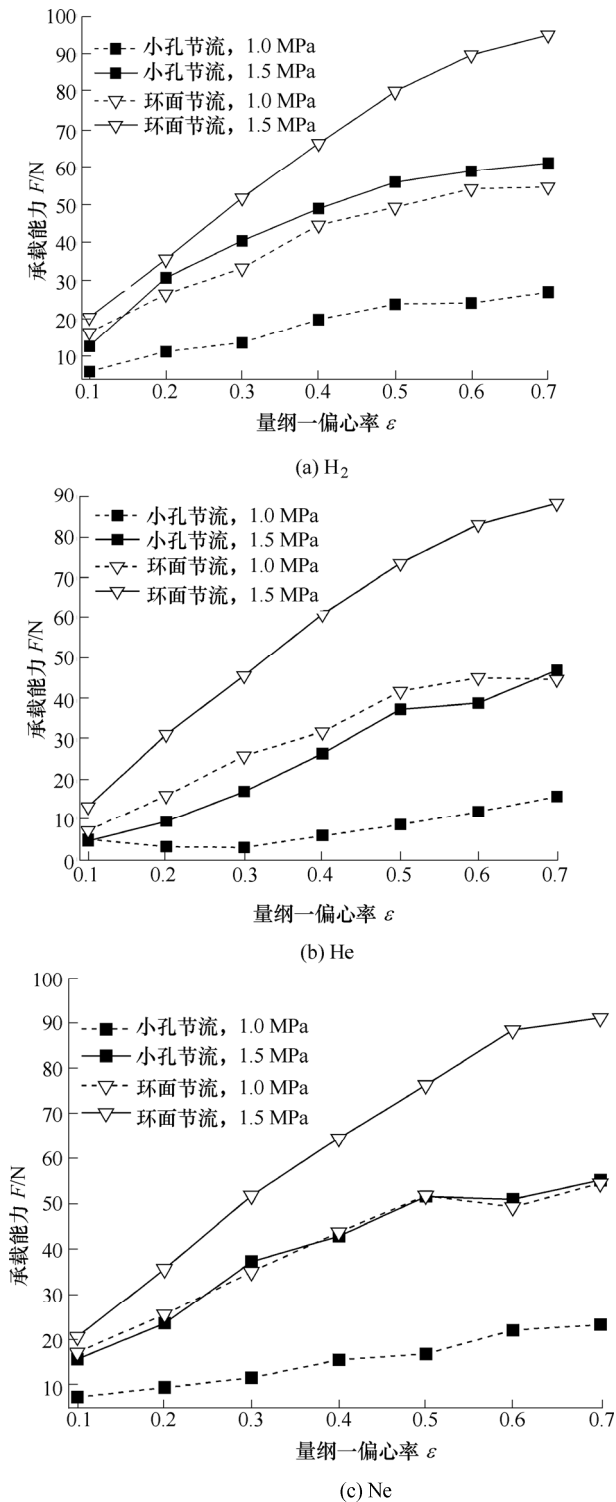


图12 小分子润滑介质承载能力随偏心率变化关系

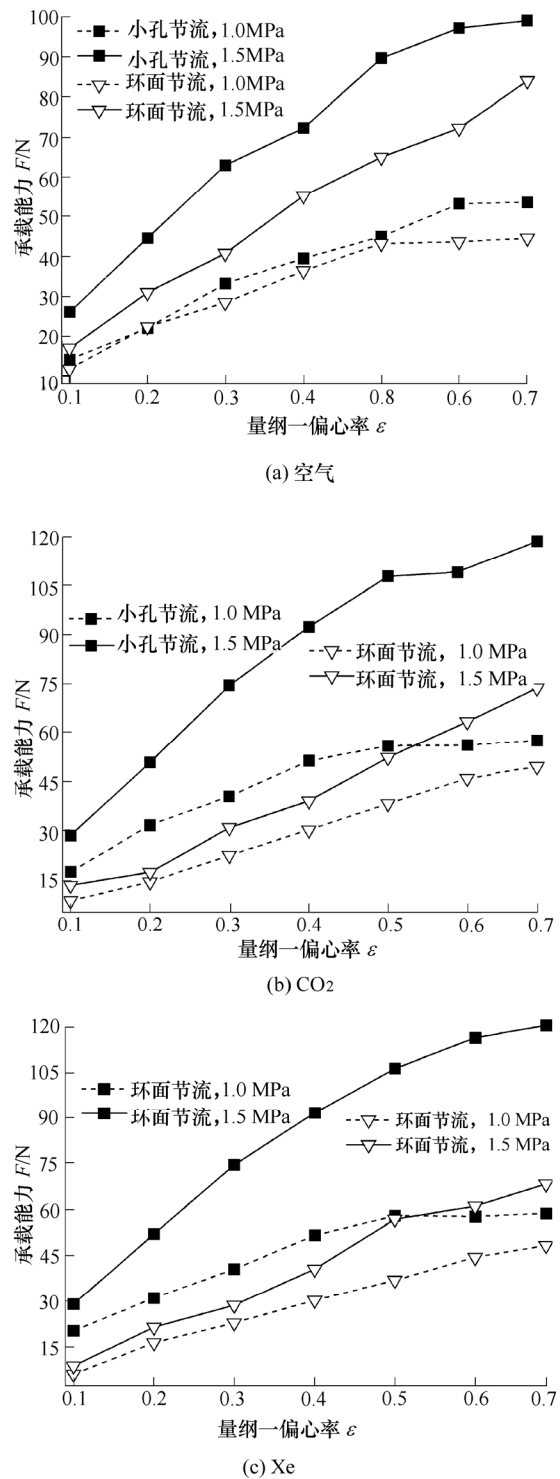


图13 大分子润滑介质承载能力随偏心率变化关系

在相同供气压力和偏心率下,对于大分子润滑介质,小孔节流类型轴颈轴承比环面节流类型轴颈轴承承载能力大;而对于小分子气体润滑介质,却正好相反,小孔节流类型轴颈轴承比环面节流类型轴颈轴承承载能力还要小。

### 4 结论

(1) 本文对不同润滑介质下静压轴颈轴承气体

消耗量进行了研究, 结果表明: 小分子润滑介质下气体消耗量与偏心率成正比, 而大分子润滑介质下气体消耗量与偏心率成反比, 并且此规律与节流小孔类型无关, 小孔节流轴颈轴承气体消耗量大于环面节流类型轴颈轴承; 相同供气压力和偏心率情况下, 小分子润滑介质小孔节流轴颈轴承承载能力比环面节流类型轴颈轴承承载能力小, 大分子润滑介质下正好相反。

(2) 利用以上研究得到的结论, 在轴颈轴承设计过程中, 如果采用小分子润滑介质, 对于需要重载情况, 使用环面节流类型比小孔节流类型要好, 不但能使气体消耗量减少还有利于提高轴颈承载能力; 而对于大分子润滑介质, 在不考虑气体消耗量因素下, 选用小孔节流类型有利于提高气体轴颈承载能力。

(3) 本文不足之处还缺少试验数据验证上述规律是否具有普遍性, 本程序方法已成功应用于对俄罗斯油—气混合低温氦透平膨胀机气体轴承端改造<sup>[11]</sup>。对于类似氦透平膨胀机用这类气体轴承, 由于气体轴承润滑介质大多采用工作气体(He), 而测试阶段由于条件有限或成本考虑大多又只能由空气代替, 因此掌握不同润滑介质对气体轴承性能的影响对提高轴承—转子系统的稳定性很关键。

### 参 考 文 献

- [1] POWELL J W. Design of aerostatic bearings[M]. London: Machinery Publishing Co. Ltd., 1970.
- [2] 陈汝刚, 侯予, 袁秀玲, 等. 低温透平制冷机的静压气体润滑轴承研究[J]. 西安交通大学学报, 2007, 41(7): 792-796.  
CHEN Rugang, HOU Yu, YUAN Xiuling, et al. Study of gas lubrication externally-pressurized air bearing for cryogenic turbo-refrigerator[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007, 41(7): 792-796.
- [3] MALIK M, BERT C W. Differential quadrature solution for steady state incompressible and compressible lubrication problems[J]. Trans. ASME, J. Tribol., 1994, 116: 296-302.
- [4] 吴华鹏, 孔宪梅, 陈大融. GMRES 算法在雷诺方程数值解法中的应用[J]. 润滑与密封, 2000(1): 2-4.  
WU Huapeng, KONG Xianmei, CHEN Darong. The application of GMRES algorithm in calculating Reynolds equation[J]. Lubrication Engineering, 2000(1): 2-4.
- [5] GERO L R, ETTLES C M Mcc. An evaluation of finite difference and finite element methods for the solution of the Reynolds equation[J]. ASLE Trans., 1986, 29(2): 166-172.
- [6] 傅德熏, 马延文. 计算流体力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.  
FU Dexun, MA Yanwen. Computational fluid dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002.
- [7] GUO Zenglin, HIRANO, TOSHIO, et al. Application of CFD analysis for rotating machinery—Part I: Hydrodynamic, hydrostatic bearings and squeeze film damper[J]. J. of Engineering for Gas Turbines and Power APRIL, 2005, 127: 445-451.
- [8] 王云飞. 气体润滑理论与气体轴承设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.  
WANG Yunfei. Gas lubricated theory and design manual of gas bearings[M]. Beijing: China Machine Press, 1997.
- [9] 刘瞰, 刘育华, 陈世杰. 静压气体润滑[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1990.  
LIU Tun, LIU Yuhua, CHEN Shijie. Static gas lubrication[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1990.
- [10] 黄云清. 数值计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009.  
HUANG Yunqing. Numerical methods[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [11] 王学敏, 张启勇, 庄明, 等. 低温氦透平膨胀机静压气体径向轴承的改进设计[J]. 机械工程学报, 2010, 46(15): 142-145, 154.  
WANG Xuemin, ZHANG Qiyong, ZHUANG Ming, et al. Improved design of externally pressurized gas journal bearing in cryogenic helium turbo-expander[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(15): 142-145, 154.

作者简介: 王学敏, 男, 1983 年出生, 博士研究生。主要研究方向为气体润滑及旋转机械。

E-mail: wangxuemin2008@163.com