

基于多孔径闪烁的湍流强度廓线反演方法研究*

倪志波^{1,2}, 黄宏华¹, 黄印博¹, 苑克娥¹, 饶瑞中¹

(中国科学院安徽光学精密机械研究所, 合肥 230031)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘 要:以多孔径闪烁方法的理论为基础,分别讨论了孔径滤波函数和光谱响应函数对权重函数的影响.根据包括边界层项的 Hufnagel-Valley 5/7 模型得到的闪烁指数,采用奇异值分解法反演了垂直方向的湍流强度廓线,结果的量级介于 $10^{-15} \sim 10^{-17}$ 之间,并随高度的增加不断减小,在量级和趋势上与理论模型基本一致;同时结合 Shack-Hartman 的实际测量结果,反演了水平方向 1 km 传输路径上的湍流强度分布状况.水平方向反演结果的量级在 $10^{-14} \sim 10^{-15}$ 之间,随传播距离的变化趋势与实验场地的实际情况较为符合,随时间的变化趋势与合肥地区同期的统计结果基本一致.

关键词:大气光学;湍流强度廓线;多孔径闪烁探测;反演;权重函数

中图分类号:P427.1

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2009)12-3269-6

0 引言

激光在大气中传播时,湍流大气引起的光束扩展、漂移等效应直接影响了其光束质量,从而限制了不同激光系统的工作效能,严重时甚至决定了系统工程应用的可行性.对斜程大气传输而言,要分析湍流大气对传播效果的影响程度,就必须知道湍流强度随高度变化的规律.因此,实时测量湍流强度廓线在工程应用上具有非常重要的意义^[1-3].同时,若知道湍流强度随路径的分布,还可计算得到其它一些表征湍流状况的参数,如相干长度、等晕角等.目前,湍流强度廓线的测量手段主要有探空气球、声雷达技术和微波雷达技术等.就本质而言,这些方法都是采用非光学手段进行测量.随着湍流大气中光传播理论的研究,利用光传播效应测量大气光学参数的工作日益增多^[4-7].相对于非光学测量方法,光学方法测量除了与研究量直接相关外,还有实时的优越性.

本文根据多孔径闪烁(Multi-Aperture Scintillation Sensor, MASS)的基本原理^[9],在分析孔径滤波函数对权重函数影响的基础上选择了用于反演的权重函数,并根据实际情况着重讨论了光谱响应函数对权重函数的影响.为进一步明确光谱响应函数对反演结果的影响,文章利用包括边界层项的 Hufnagel-Valley 5/7 湍流模型得到的闪烁指数,采用奇异值分解方法,分别在忽略和考虑光谱响应函数的情况下,反演了垂直方向上的湍流强度廓线,并将结果进行了对比.为检验该反演方法的正确性,

利用 1 km 水平传播路径上 Shack-Hartmann 的测量数据,反演了该路径上湍流强度随传播距离的分布状况,并将湍流强度随时间的变化与合肥地区近地面层湍流强度的日变化统计结果进行了对比.

1 基本原理

根据光在湍流大气中的传输理论,在弱起伏条件下,光波经过长距离传输的闪烁指数可表示为^[10]

$$\beta_I^2 = 4(2\pi k)^2 \int_0^L dz \int_0^\infty \{ \sin^2 [P(\gamma, \kappa, z)] \Phi_n(\kappa) |_{z=A_s(\kappa, D_s)} A_r(\kappa) F(\lambda) \kappa \} d\kappa \quad (1)$$

式中, L 为传输距离, k 为波数, $P(\gamma, \kappa, z)$ 通常被称为衍射因子, γ 为传播因子, $\Phi_n(\kappa)$ 为湍流谱模型, $A_s(\kappa, D_s)$ 表示直径为 D_s 的圆形非相干光源的孔径滤波函数, $A_r(\kappa)$ 表示接收孔径滤波函数, $F(\lambda)$ 是仪器的光谱响应函数.对于从 $z=0$ 到 $z=L$ 的传播,衍射因子为

$$P(\gamma, \kappa, z) = \frac{\gamma(L-z)^2}{2k} \kappa^2 = \begin{cases} \frac{(L-z)^2}{2k} \kappa^2 & (\text{平面波}) \\ \frac{(L-z)z}{2kL} \kappa^2 & (\text{球面波}) \end{cases} \quad (2)$$

在实际测量过程中, MASS 都是以恒星(点光源)为光源,因此 $D_s=0$ ($F(\kappa, D_s)=1$), 光源可视作平面波($\gamma=1$).对于 Kolmogorov 湍流谱,在不考虑光谱响应函数的情况下

$$\beta_I^2(D) = 4(2\pi k)^2 \cdot 0.033 \int_0^L [C_n^2(z)] dz \int_0^\infty \left\{ \sin^2 \left[\frac{\kappa^2(L-z)}{2k} \right] \kappa^{-8/3} A(\kappa) \right\} d\kappa \quad (3)$$

定义权重函数

$$W(z, D) = 4(2\pi k)^2 \times 0.033 \times$$

* 国家高技术研究发展计划资助

Tel: 0551-5591566

Email: nzhib@126.com

收稿日期: 2008-12-19

修回日期: 2009-01-16

$$\int_0^{\infty} \left\{ \sin^2 \left[\frac{\kappa^2 (L-z)}{2k} \right] \kappa^{-8/3} A(\kappa) \right\} d\kappa \quad (4)$$

并引入湍流分层模型,则式(3)可表示为线性方程

$$\beta_1^2 = \sum C_n^2(z) W(z, D) \Delta z \quad (5)$$

因此,如果测出一系列闪烁值,通过采用适当的反演方法就有可能得到 $C_n^2(z)$. 反演过程中,权重函数起着相当关键的作用.

2 孔径滤波函数对权重函数的影响

在权重函数的表达式中,孔径滤波函数是一个非常重要的量,如果孔径滤波函数不同,则权重函数也将随之发生变化. 在 MASS 设备中,一般采用圆面及圆环作为分光镜^[11],根据孔径滤波函数计算公式^[9]

$$F_d(\kappa) = G_d(\kappa) G_d^*(\kappa) = [G_1(\kappa) - G_2(\kappa)] \cdot [G_1(\kappa) - G_2(\kappa)]^* \quad (6)$$

($G(\kappa)$ 是不同形状孔径函数的频谱函数),可推导出不同形状和尺寸孔径的滤波函数表达式:

1) 外径为 D 、内径为 ϵD 的圆环常规孔径滤波函数为

$$A(\kappa) = \left[\frac{2}{1-\epsilon^2} \right]^2 \left[\frac{J_1(\kappa D/2)}{\kappa D/2} - \epsilon^2 \frac{J_1(\epsilon \kappa D/2)}{\epsilon \kappa D/2} \right]^2 \quad (7)$$

当 $\epsilon=0$ 时即为圆面的孔径滤波函数.

2) 外径为 D_1 、内径为 $\epsilon_1 D_1$ 的圆环和外径为 D_2 、内径为 $\epsilon_2 D_2$ 的圆环差分孔径滤波函数为

$$A(\kappa) = \left\{ \left(\frac{2}{1-\epsilon_1^2} \right) \left[\frac{J_1(\kappa D_1/2)}{\kappa D_1/2} - \epsilon_1^2 \frac{J_1(\epsilon_1 \kappa D_1/2)}{\epsilon_1 \kappa D_1/2} \right] - \left(\frac{2}{1-\epsilon_2^2} \right) \left[\frac{J_1(\kappa D_2/2)}{\kappa D_2/2} - \epsilon_2^2 \frac{J_1(\epsilon_2 \kappa D_2/2)}{\epsilon_2 \kappa D_2/2} \right] \right\} \quad (8)$$

若采用外径分别为 2、3、7、7 和 13 cm 的同心圆(面)环作为 MASS 的分光镜(图 1),并将湍流分为

A B C D

图 1 MASS 分光镜

Fig. 1 Beam splitter for MASS

中心高度分别位于 0.5、1、2、4、8 和 16 km 的六层^[8],则根据式(4)、(7)和(8)可得常规和差分权重函数值随高度的变化曲线,分别如图 2. 图 2(a)中, A 到 D 依次表示分光镜上由内向外的圆面、第一圆环至第三圆环的常规权重函数曲线. 图 2(b)中, A、B、C 分别是圆面与第一、二、三圆环差分的结果, D

和 E 是第一圆环和第二、三个圆环的差分结果, F 是第二和第三圆环差分的结果. 从图中可以看出,常规权重函数值与高度值之间基本满足线性关系,在圆面和第一圆环的权重函数曲线中,这种趋势表现的更加明显. 差分权重函数值在开始阶段,随高度的增加而增加,但当高度达到某一值之后,其值基本达到饱和状态,不再随高度增加. 根据反演理论^[12],在反演过程中 δ 函数是最为理想的权重函数,对比常规和差分权重函数曲线不难发现,后者的形式比前者更接近于 δ 函数曲线,因此用它作为权重函数进行反演更有意义.

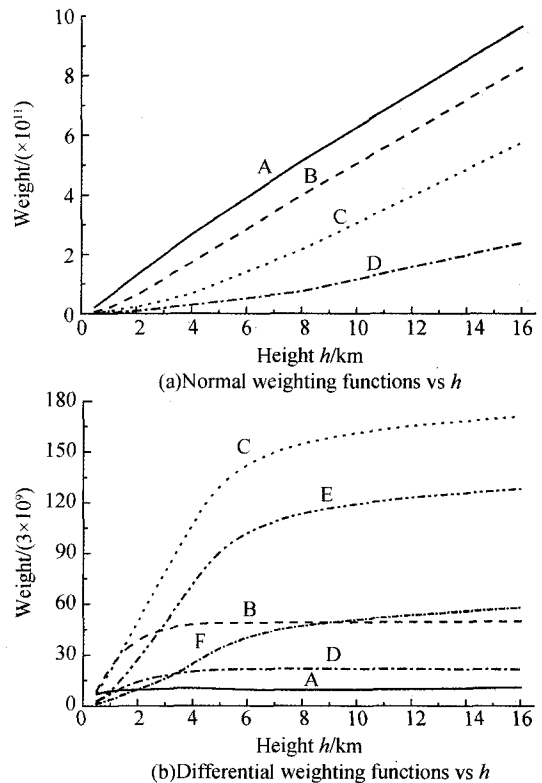


图 2 常规及差分权重函数随高度的变化曲线

Fig. 2 Curves of normal and differential weighting functions vs h

3 光谱响应函数对权重函数的影响

第 2 节的讨论是在假设入射光为单色平面波的基础上得到的,然而在实际测量过程中,MASS 设备接收到的光波通常具有一定的带宽,因此权重函数也会略有不同. 假设仪器的带通函数 $F(\lambda)$ 为准 Gauss 型

$$F(\lambda) = \frac{1}{\lambda_0 \sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (9)$$

则权重函数的表达式(4)应改写为^[12]

$$W(z, D) = 4(2\pi k)^2 0.033 \int \left[\kappa^{-8/3} \sin^2 \left(\frac{k^2 z}{2k} \right) \cdot \exp \left(-\frac{\sigma^2 z^2 \kappa^2}{16\pi^2} \right) A(\kappa) \right] d\kappa \quad (10)$$

图 3 给出了谱宽为 100 nm 时,光谱响应函数对差分权重函数值随高度变化的影响.从图中的曲线可以看出:1)随高度的增加,光谱响应函数对权重函数曲线的影响越来越明显,特别是图 3(a)和(c)中

的曲线表现的更为明显;2)光谱响应函数对小孔径的权重函数影响,要比对大孔径的影响明显的多;3)从总体来看,在考虑光谱响应函数前后,权重函数的变化趋势基本一致.

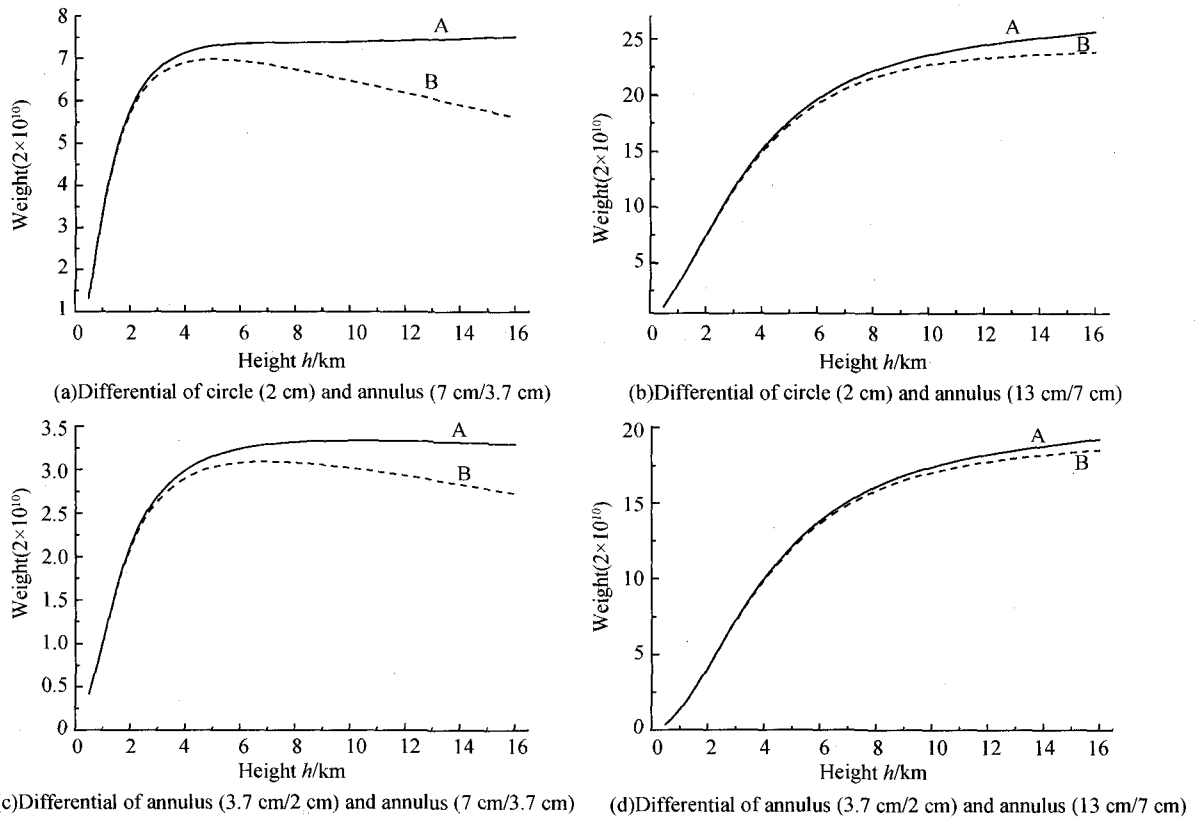


图 3 光谱响应函数对差分权重函数的影响

Fig. 3 Effect of spectral response function to differential weighting functions

4 反演方法及结果

虽然利用闪烁法测量湍流强度廓线与其它非光学测量方法相比,在时间上和空间上具有较大的优越性,但就其本质而言,仍然是一种间接测量的方法,需要借助于反演算法将测量值转化为湍流强度廓线值.基于不同的理论和问题,反演方法有多种,此处选择的反演方法是奇异值分解法^[12].

4.1 奇异值分解方法

$m \times n$ 维矩阵 A 与 n 向量 X 相乘 $B = A \times X$ (A 相当于湍流廓线反演过程中的核函数),得到向量 B .奇异值分解法通常要求矩阵 A 的行数和列数满足 $m \geq n$,如果 $n > m$,则可添加 $m - n$ 行零元素,使其变成方阵来解决.奇异值分解法分为两步进行:

1)至多利用 $2n - 1$ 次 householder 变换将 A 矩阵转变成上双对角矩阵.对矩阵 A 中的任意行或任意列,Householder 正交矩阵先构造 u 向量,其构造规则为

$$u = \begin{cases} u_i = 0 & i = 1 \dots p - 1 \\ u_p = a_p + S & i = p \\ u_i = 0 & i = p + 1 \dots l - 1 \\ u_i = a_i & i = l \dots m \end{cases} \quad (11)$$

式中 $S = [a_p^2 + \sum_{i=1}^m a_i^2]^{1/2}$,当 $a_p > 0$ 时, S 取正,当 $a_p < 0$ 时, S 取负.得到向量 u 之后,按

$$Q = I - 2uu^T / u^T u \quad (12)$$

构造 Householder 正交变换矩阵.至多用 $2n - 1$ 次 Householder 变换,即可将矩阵 A 变成上双对角矩阵 $\begin{bmatrix} A' \\ 0 \end{bmatrix}$.

2)利用加点平移的 QR 分解,计算上双对角矩阵 A' 的奇异值分解 $B = \hat{U} S \hat{V}$,式中 \hat{U} 、 \hat{V} 为正交矩阵, S 为对角矩阵.

4.2 反演结果

图 4 是基于湍流高度分层模型及孔径形状和尺寸下的模拟闪烁指数,在忽略和考虑光谱响应函数的情况下,反演得到的湍流高度廓线,其中 $C_n^2(h)$ 采

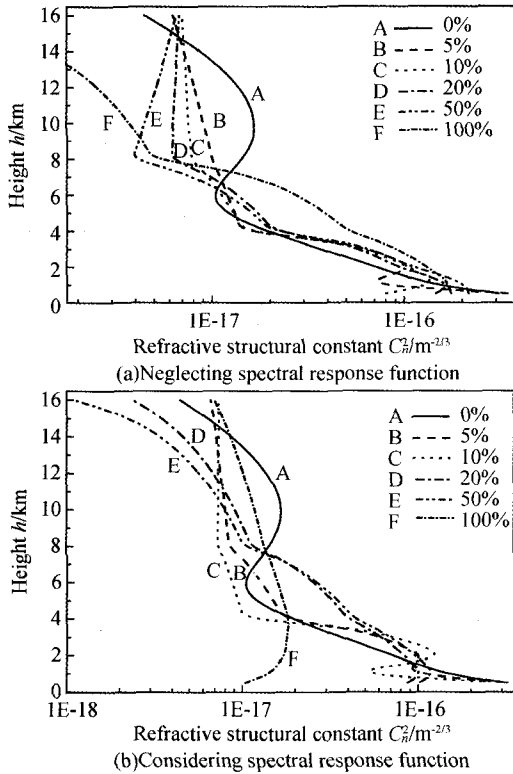


图4 反演结果
Fig. 4 Inversion results

用的是包括边界层项的 Hufnagel-Valley 5/7 模型^[9]

$$C_n^2(h) = 8.2 \times 10^{-16} W^2 (0.1h)^{10} e^{-h} + 2.7 \times 10^{-16} e^{-h/1.5} + C_n^2 e^{-10/h} \quad (13)$$

C_n^2 对应于地面上 C_n^2 的典型值 ($C_n^2 = 1.7 \times 10^{-14} \cdot m^{-2/3}$), 对应地面以上 5~20 km 处的平均风速 (21 m/s). 考虑到实际测量过程中的测量误差, 反演过程中在闪烁指数理论值的基础上加入了随机噪声. 图中, A 是根据 Hufnagel-Valley 5/7 模型计算得到的湍流强度廓线, 其余各曲线的随机噪声分别为: B-5%, C-10%, D-20%, E-50%, F-100%.

从反演结果可以看出: 1) 除含 100% 随机噪声的反演结果外, 其他反演结果的值都在初始值附近, 说明反演结果是基本正确的; 2) 利用奇异值分解法反演湍流强度廓线是可行的; 3) 同一闪烁指数的情况下, 利用忽略和考虑光谱响应函数影响的权重函数得到的反演结果, 无论在湍流强度值还是总体趋势上都存在一定差别, 因此在实际数据处理过程中应该考虑光谱响应函数的作用; 4) 随着随机噪声不断增加, 反演结果的精度也越来越差, 特别是含 100% 随机噪声时, 利用含有光谱响应函数的权重函数得到的反演结果基本是错误的, 这提醒我们在实际测量过程中必须尽量减小噪声; 5) 在忽略和考虑光谱响应函数的两种情况下得到的反演结果, 在 10 km 左右均没有明显出现与理论模型对应的峰

值, 这可能是由反演过程中高度分辨率较低造成的.

为了进一步验证反演方法的可行性, 对 Shack-Hartman 的测量结果进行了反演. Shack-Hartman 测量实验场景为: 光源采用波长为 660 nm 的半导体激光器, 光束在距离地面 7 m 的高度上水平传播了 1 km, 接收孔径的直径为 12 cm, 探测阵列由 18×18 , 采样频率为 955 Hz. 在接收孔径上截取 2 cm, 4 cm/2 cm 和 8 cm/4 cm 三个同心圆(面)环作为探测孔径, 结构与图 1 相同. 将 1000 m 水平距离上的湍流分为 5 层, 中心依次位于 50 m, 100 m, 200 m, 400 m 和 800 m 的位置. 根据以上孔径和湍流分层信息, 利用式(4)可得水平传播路径上的权重函数如图 5. 图中 A、B 和 C 是由内向外三个孔径的常规权重函数, D、E 和 F 是第一个孔径和第二、三个孔径以及第二和第三个孔径的差分权重函数.

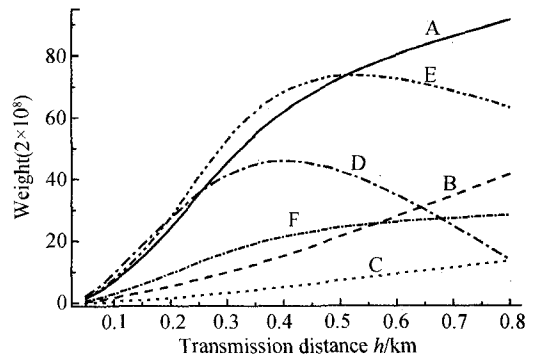


图5 水平方向上权重函数随路径的变化曲线
Fig. 5 Weighting functions of horizontal direction vs transmission path

图 6 利用是 2007 年 7 月 19 日上午 8:10~9:40 的实验数据, 根据光强和闪烁指数的关系, 结

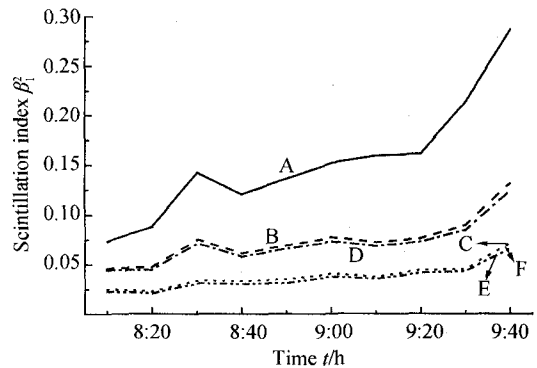
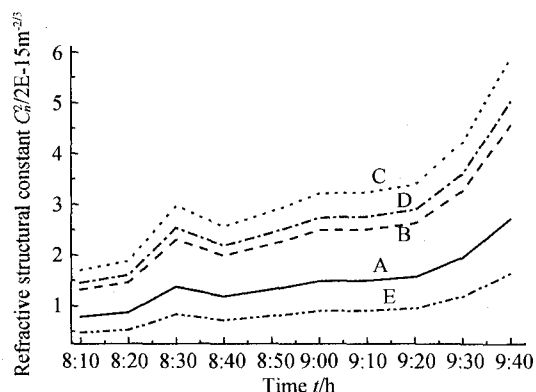


图6 闪烁指数随时间的变化趋势
Fig. 6 Curves of scintillation index vs time

合接收孔径的形状和尺寸特征, 每隔 10 min 做一次统计得到的各常规和差分孔径上的闪烁指数随时间的变化. 图 7 是由闪烁指数反演得到的各湍流层中心位置处 C_n^2 随时间的变化曲线. 图 8 是利用 15 m 高塔测得的合肥地区七月份近地面湍流强度在 24 h 内的统计平均结果. 通过图 6 和图 7 的对比可以看

图 7 C_n^2 随时间的变化趋势Fig. 7 Variation of C_n^2 vs time

出,折射率结构常数 C_n^2 与闪烁指数随时间的变化趋势是一致的,都随着时间的推移而增加;对比图 6 和图 8 可知,反演结果的量级和利用温度脉动仪在地面附近测量得到的折射率结构常数的量级基本吻合,都在 $10^{-14} \sim 10^{-16}$ 之间,并且随着时间的推移也都有增大的趋势,这充分说明了反演结果的正确性. 8:30 时各湍流层中心处的 C_n^2 值与闪烁指数比其相邻点的值都略偏大,这可能是由当时的天气条件变化引起的.

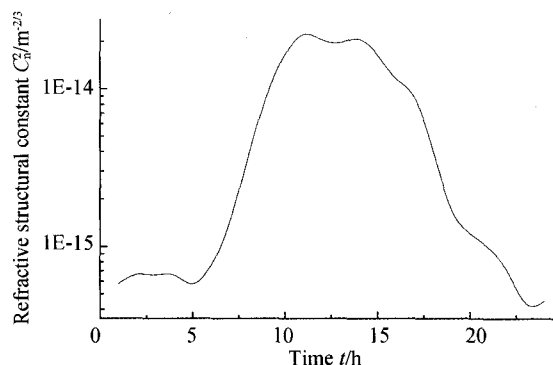
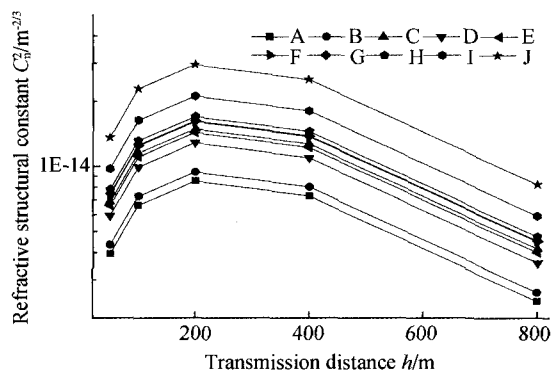


图 8 合肥七月份近地面湍流强度日变化趋势

Fig. 8 Ensemble average of turbulence intensity in 24h of July at Hefei

图 9 给出了同一时刻,各湍流层中心位置的湍流强度分布状况.可以看出对于同一时刻,距发射端 50 m、100 m 和 200 m 处的湍流依次增强,此后湍流

图 9 C_n^2 在传输路径上的分布曲线Fig. 9 Intensity of C_n^2 on transmission path

逐渐减弱,特别是在距发射端 800 m 的位置,湍流最弱.湍流强度分布出现这种分布的原因在于:光束发射端位于湖边,其传输路径与堤岸约成 30° 角,由于树木的存在,在距发射端越近的位置湍流越弱;在 200 m 处,光束经过的是一片开阔的湖面,因此在这一位置湍流最强;当光束传播到 400 m 处时,已接近湖的另一侧,因此湍流强度有所下降;在 800 m 处,即距接收端 200 m 处,由于楼群的存在使得这一区域湍流最弱.

5 结论

通过分析可知:孔径滤波函数对权重函数存在较大影响,采用差分权重函数更有利于湍流强度廓线的反演.从忽略和考虑光谱响应函数两种情况下得到的垂直方向上的反演结果来看,其量级介于 $10^{-15} \sim 10^{-17}$ 之间,并随高度的增加呈现出不断减小的趋势,在量级和趋势上都与理论基本相符.但两种情况下的反演结果在趋势上存在一定的差别,这说明在利用实际测量结果反演时,还是应该考虑光谱响应函数的影响.水平方向上反演结果的量级在 $10^{-14} \sim 10^{-15}$ 之间,而且某一时刻传输路径上各点的湍流强度,基本与实验场的实际情况相符合,一定距离处湍流强度随时间的变化亦与合肥地区近地面层湍流强度的日变化统计结果相似.

虽然本文结论都说明基于 MASS 理论,采用奇异值分解法反演湍流强度廓线是可行的,但在反演过程中,亦发现反演结果与真实值之间存在着一定的误差,而且高度分辨率也不太好,随着未知数的增加,反演误差还会不断的增大.因此随着工作的不断深入,下一步还将改进反演方法中的一些细节,同时增加湍流层的数量,以期提高反演的精度.

参考文献

- [1] RODDIER F. The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy[J]. *Progress in Optics*, 1981, **19**:281-376.
- [2] QIAN Xian-mei, ZHU Wen-yue, HUANG Yin-bo, et al. Selection of computing parameters in numerical simulation of laser beam propagation in turbulence atmosphere[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(10):1986-1991.
钱仙妹,朱文越,黄印博,等.激光湍流大气传输数值模拟中计算参量得选取[J]. *光子学报*, 2008, **37**(10):1986-1991.
- [3] QIAN Xian-mei, ZHU Wen-yue, RAO Rui-zhong. Numerical investigation into focal shift of Gaussian beam propagation in turbulent atmosphere[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(8):1627-1629.
- [4] VERNIN J, RODDIER F. Detection on the ground of stratospheric turbulence by intercorrelation spatioangular of stellar scintillation[J]. *C R Acad Sci Paris*, 1975, **280**:463-465.
- [5] KLUCKERS V A, WOODER N J. Profiling of atmospheric

- turbulence strength and velocity using a generalized SCIDAR technique[J]. *Astron Astrophys Suppl Ser*, 1998, **130**: 141-155.
- 赫磊,梅海平,钱仙妹,等. 大气光学湍流光纤测量技术中的解调算法研究[J]. *光子学报*, 2008, **37**(11): 2292-2295.
- [6] HAO Lei, MEI Hai-ping, QIAN Xian-mei, *et al.* Demodulation algorithm for the measurement of atmospheric optical turbulence with fiber optics[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(11): 2293-2295.
- [7] WANG Hai-yan, LI Xiang-yin. Propagation of a twist anisotropic gaussian schell-model beam in turbulent atmosphere[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(10): 1992-1996.
- 王海燕,李相银. TAGSM 光束在大气湍流中传输[J]. *光子学报*, 2008, **37**(10): 1992-1996.
- [8] KORNILOV V, TOKOVININ A, VOZYAKOVA Olga. MASS: a monitor of the vertical turbulence distribution[C]. *SPIE*, 2003, **4839**: 837-845.
- [9] RAO Rui-zhong. Light propagation in a turbulent atmosphere [M]. Hefei: Anhui Science and Technology press, 2005; **83**, 190-191, 341
- 饶瑞中. 光在湍流大气中的传播[M]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005; **83**, 190-191, 341.
- [10] TOKOVININ A, KORNILOV V, SHATSKY N. Restoration of turbulence profile from scintillation indices [J]. *Not R Astron Soc*, 2002, **000**: 1-9.
- [11] LAWSON C L, HANSON R J. Solving least squares problems [M]. 1974: 107-119.
- [12] TOKOVININ A. Polychromatic scintillation[J]. *JOSA A*, 2003, **20**(4): 686-689.

Inversion Method for Turbulence Profile Based upon Multi-aperture Scintillation Sensor

NI Zhi-bo^{1,2}, HUANG Hong-hua¹, HUANG Yin-bo¹, YUAN Ke-e¹, RAO Rui-zhong¹

(1 Center for Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

(2 Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Based on the theory of multi-aperture scintillation sensor, the contribution of aperture filter function and spectral response function to weighting function are discussed, respectively. According to simulation results of scintillation with Hufnagel-Valley 5/7 model included bounding layer, vertical turbulence profile is inverted with the method of singular value decomposition. The magnitudes of the vertical inversion results are between 10^{-14} and 10^{-15} , and decreases with height increased, which are all in accord with academic model. Using the measuring results of Shack-Hartman, horizontal turbulence profile is inverted, the transmission distance of which is 1 km. The magnitudes of horizontal inversion results are between 10^{-14} and 10^{-15} , and the tendency accords the practice condition of experimental site depending on propagation distance, and accords the ensemble average depending on time.

Key words: Atmospheric optics; Turbulence profile; Multi-aperture scintillation sensor; Inversion; Weighting function



NI Zhi-bo was born in 1981. Now he is pursuing his Ph. D. degree at Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences. His research interest focuses on optical property of turbulent atmosphere.