

HT-7U 等离子体位形与电流控制的数值模拟

吴 斌, 张 澄

(中国科学院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

摘 要:通过数值求解了等离子体磁流体方程组,模拟了 HT-7U 装置自由边界等离子体位形及控制系统随时间的演变过程。模拟的结果对 HT-7U 装置及等离子体控制系统的设计具有重要的意义。

关键词:等离子体位形; 控制系统; 数值模拟

中图分类号:TL62⁺9

文献标识码:A

1 引言

未来托卡马克聚变反应堆的放电时间与现有的实验装置相比将大为延长,未来先进运行的托卡马克要求能维持 1000s 或更长的放电时间。在这种情况下,必须考虑等离子体的电流、密度以及温度分布随时间的演变等一些较长时间尺度的过程。近来的实验结果表明,产生和维持一定的等离子体剖面分布改善约束具有十分重要的意义,因而对未来托卡马克的设计提出了更高的要求。将磁流体力学方程组和输运方程组结合起来进行更为精确的放电过程的动态演化模拟,是托卡马克装置物理与工程设计中必不可少的工作。

我们使用等离子体动力学输运计算^[1,2]程序对托卡马克等离子体的放电过程进行了数值模拟。它通过在矩形计算网格上解磁流体方程组来模拟自由边界等离子体随时间的演变过程。MHD 方程组通过边界条件和外部极向场线圈中的电流相互耦合,同时在磁面坐标中求解压力和密度面平均输运方程。此模拟还考虑了反常输运、新经典电阻率、辅助加热、气泡模稳定性等许多物理模型,可以用于模拟控制系统、辅助加热等问题。

HT-7U 超导托卡马克实验装置是国家“九·五”

重大科学工程^[3],目的是建立一个以非圆截面大型超导托卡马克装置为核心的磁约束核聚变实验系统。由于 HT-7U 装置采用一体化极向场设计,在放电过程中极向场既要满足伏秒数需求,同时又要满足等离子体平衡和形成合适位形的要求,这对于控制系统的设计是很苛刻的。反馈系统必须同时对等离子体的位形、电流等多个重要参数进行精确的调整,才能实现托卡马克等离子体位形和电流控制。

本文主要介绍使用这个程序对 HT-7U 装置等离子体的时空演变进行的数值模拟,并由一体化的极向场实现了等离子体位形和电流控制。第二部分简要介绍了模拟程序的物理模型,第三部分介绍了 HT-7U 装置放电模拟程序场及反馈系统的设计,第四部分给出了 HT-7U 装置放电模拟的结果及分析。

2 物理模型

在一个轴对称的环形几何系统中,磁场可能表示为:

$$B = \nabla \phi \times \nabla \Psi + g \nabla \phi \quad (1)$$

式中, ϕ 为环向角; Ψ 为角向通量; g 为环向场函数。等离子体动量密度 $m = M_i n v$ 可以用流函数 A 、环向分量 ω 和势能 Ω 表示为:

收稿日期:2001-08-15; 修订日期:2002-06-25

作者简介:吴斌(1970-),男,安徽省临泉县人,2002年获得中国科学院等离子体物理研究所等离子体物理博士学位,现主要从事等离子体数值模拟研究。

$$\mathbf{m} = \nabla \phi \times \nabla A + \omega \nabla \phi + \nabla \Omega \quad (2)$$

当没有阿耳芬波不稳定性时,雷诺数 $S_M \ll 1$ 。

我们采用了一种修正惯性项的方法,即等价地增加等离子体质量,略去对流微商项,粘度力为:

$$\begin{aligned} F_v(\mathbf{m}) = & -\gamma_1 [\nabla^2 \mathbf{m} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{m})] \\ & -\gamma_2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{m}) \end{aligned} \quad (3)$$

式中, γ_1, γ_2 为粘滞系数和体积粘滞系数。这样,等离子体力平衡方程变为:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} + F_v(\mathbf{m}) = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \Omega + \nabla \cdot \left[\frac{\Delta^* \Psi}{\mu_0 x^2} + \frac{\mathbf{g}}{\mu_0 x^2} \nabla g + \nabla p - v_2 \nabla(\nabla^2 \Omega) \right] = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \Delta^* A + x^2 \nabla \cdot \left[\frac{\Delta^* \Psi}{\mu_0 x^2} \nabla \Psi \times \nabla \phi + \frac{\mathbf{g}}{\mu_0 x^2} \nabla g \times \nabla \phi - \frac{v_1}{x^2} \nabla(\Delta^* A) \right] = 0 \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\mathbf{g}}{\mu_0 x} \nabla \phi \times \nabla g \cdot \nabla \Psi - v_1 \Delta^* \omega = 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\Delta^* \equiv x^2 \nabla \cdot x^{-2} \nabla$ 为环向椭圆算符,在忽略粘滞力后,方程(6)的静态解时间微分项为零,也就是 Grad-Shafranov 平衡方程的解。

欧姆定律为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} (\nabla \phi \times \nabla A \cdot \nabla \Psi + \nabla \Omega \cdot \nabla \Psi) = k^2 \nabla \phi \cdot \mathbf{R} \\ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} + x^2 \nabla \cdot \left[\frac{\mathbf{g}}{\rho_0 x^2} (\nabla \phi \times \nabla A + \nabla \Omega) - \frac{\omega}{\rho_0 x^2} \nabla \phi \times \nabla \Psi - \nabla \phi \times \mathbf{R} \right] = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\rho_0 = nM_i$ 。根据质量能量守恒:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = S_n \quad (9)$$

定义微分粒子密度为 $N = n \frac{\partial V}{\partial \Phi}$, 这里 $\frac{\partial V}{\partial \Phi}$ 为微分体

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \sigma = \frac{2}{3} \left(\frac{\partial V}{\partial \Phi} \right)^{2/3} \left[v_L \frac{\partial K}{\partial \Phi} - \frac{\partial}{\partial \Phi} (Q_i + Q_e) + \frac{\partial V}{\partial \Phi} (S_i + S_e) \right] \\ \frac{\partial}{\partial t} \sigma_e = \frac{2}{3} \left(\frac{\partial V}{\partial \Phi} \right)^{2/3} \left[v_L \frac{\partial K}{\partial \Phi} - \frac{\partial Q_e}{\partial \Phi} + \frac{\partial V}{\partial \Phi} \left(-p \frac{\partial \rho_i}{\partial \Phi} + Q_{\Delta e} + S_e \right) \right] \end{cases} \quad (11)$$

式中, σ, σ_e 分别为熵密度和电子熵密度,微分体积为:

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi} = \frac{\partial}{\partial \Phi} \oint d\tau = \frac{1}{q} \oint \frac{dl}{B_r} \quad (12)$$

环电压为:

$$V_L = \frac{2\pi(\mathbf{R} \cdot \mathbf{B})}{\mathbf{B} \cdot \nabla \phi} \quad (13)$$

在静态力平衡下 $g = g(\Psi)$ 为 Ψ 的函数,环向通量可以表示为:

$$\begin{aligned} \Phi & \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{\Psi < \Psi_c} d\tau \mathbf{B} \cdot \nabla \phi \\ & = \int_{\Psi < \Psi_c} dr dz \frac{g(x, z)}{x} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, \mathbf{m} 是动量密度,它是位置和流函数的函数。根据修正的力平衡方程可以得到标量形式的动量方程组。

对方程(4)进行分解可以得到:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{R} \quad (7)$$

式中, \mathbf{R} 是非理想项。

把式(1)、式(2)与法拉第定律结合,代入式(7)

得到角向通量和环向场函数的方程为:

积,所以粒子平衡方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t} n = - \frac{\partial}{\partial \Phi} (n\Gamma) + S_n \quad (10)$$

能量平衡方程为:

粒子通量为:

$$\Gamma = 2\pi q \left[\langle x^2 \mathbf{R} \cdot \nabla \phi \rangle - \frac{\langle \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \rangle}{\langle \mathbf{B} \cdot \nabla \phi \rangle} \right] \quad (14)$$

电子离子热流分别为:

$$Q_i = \frac{\partial V}{\partial \Phi} \left[\langle \mathbf{q}_i \cdot \nabla \phi \rangle + \frac{5}{2} p_i \Gamma \right] \quad (15)$$

$$Q_e = \frac{\partial V}{\partial \Phi} \left[\langle q_e \cdot \nabla \phi \rangle + \frac{5}{2} p_e \Gamma \right] \quad (16)$$

离子、电子能量交换项为:

$$Q_{\Delta e} = 3 \left(\frac{\omega_{pe}}{\mu_0 c^2} \right) \eta_{\perp} n_e (T_i - T_e) \quad (17)$$

其中面平均定义为:

$$\langle a \rangle = \frac{\oint (dl/B_p) a}{\oint (dl/B_p)} \quad (18)$$

S_n 、 S_e 、 S_i 分别为粒子、电子能量、离子能量的源项。

3 HT-7U 装置放电模拟

3.1 装置基本几何参数的确定

HT-7U 装置基本几何参数主要包括:极向场线圈的匝数和位置,计算区域的大小和网格划分,等离子体产生区域,限制器的位置等。

表 1 HT-7U 装置主要参数

纵场强度 B_T/T	3.5
等离子体电流 I_p/MA	1.0
大半径 R_0/m	1.78
小半径 a/m	0.4
拉长比	1.8~2.0
三角变形	0.4~0.7
放电时间/s	20

3.2 放电程序场的设计

放电程序场是极向场的作用,是用来提供欧姆加热和控制等离子体位形的。由于 HT-7U 装置极向场设计采用一体化方案,不再区分单独的加热场和平衡等线圈,在等离子体的产生、上升、成形、平顶各阶段用于欧姆加热和位形控制的电流在同一线圈中流动,所以极向场线圈中的电流可以看成欧姆加热场电流和平衡场电流等的叠加。欧姆加热场电流由最大值按比例逐渐减小、过零后再反方向增大,平衡场电流随等离子体电流增大而不断增大。这两个场电流叠加后,经过反复调整,我们设计了 HT-7U 装置放电模拟等离子体电流上升和平顶阶段的放电程序场电流波形,结果列于表 2 中。表 2 还给出了

预先设定的等离子体电流、密度、压强随时间变化的情况。

3.3 反馈控制系统的设计

控制系统采用经典 PID 控制模型,极向场线圈中的电流是由程序场电流与一个相对较小的反馈电流之和,由此来确定等离子体位形参数随时间的演变。程序场由一系列预先设计好的 MHD 平衡极向场电流或某一次放电的极向场电流组成,反馈电流则是在模拟过程中,为了控制住等离子体的位置和形状,实时计算出需要的极向场电流与程序场电流的差值。为了确定反馈电流的大小,程序使用了一系列观察对,每个观察对由两个坐标点 (x_1, x_2) 组成,反馈电流正比于观察对两个坐标点的磁通量的差。观察对的位置由反馈系统的类型(水平位移、垂直位移、等离子体形状等)来确定,并且还可以随时间更换不同的观察对。这样,每个极向场线圈中的电流就是 $I_w^k(t) = I_0^k(t) + I_{FB}^k(t) = I_0^k(t) + \alpha_p^k [\Psi(x_1) - \Psi(x_2)]$, 式中 I_w^k 是维持等离子体位形的电流, I_0^k 为程序场电流, I_{FB}^k 为反馈电流, α_p^k 为比例因子,上标 k 表示为同一极向场线圈。还可以在上式中加入通量差的微分项和积分项,反馈电流还可以设置为正比于等离子体电流与程序场电流的差或磁轴位置与预设磁轴位置的差。

根据 HT-7U 装置运行的要求,初步设计了放电模拟使用的两套控制系统,一套用于控制等离子体的位形,另一套用于控制等离子体电流的大小。

等离子体位形控制反馈系统用于等离子体的形状和位置的反馈控制。此反馈控制系统采用随时间变化的观察对通过 7 个 PID 闭合回路来分别控制 4 个 PF 线圈。主要控制参数见表 3。

等离子体电流控制反馈系统用于等离子体电流大小的反馈控制。此反馈系统控制 6 个 PF 线圈,共组成 6 个 PID 闭合回路。主要控制参数见表 4。

4 放电模拟结果及分析

根据以上设计的 HT-7U 放电模拟方案,我们得到了 HT-7U 装置等离子体电流上升和平顶阶段 4.5s 的放电模拟过程。这次放电模拟的主要图形输出如下。

表 2 HT-7U 装置放电模拟程序场

时 间/s		0	1	2	4.5
极 向 场 电 流	PF1/kA	252.8	134.4	-104.8	-118.7
	PF2/kA	252.8	167.2	-32.0	-114.7
	PF3/kA	252.8	191.1	-38.3	-122.5
	PF4/kA	400.0	650.0	785.0	766.0
	PF5/kA	2000	2600	3138.1	3064.3
	PF6/kA	20	-160	-325.0	-327.8
	PF7/kA	89.2	-120	-473.0	-503.0
等离子体电流/kA		100	500	1000	1000
等离子体密度/ 10^{20} m^{-3}		0.05	1.1	1.5	1.5
等离子体压强/Pa		100	-	-	-

表 3 等离子体位形控制反馈系统主要控制参数

反馈系统	观 察 对	控制线圈	P	I	D
1	$(a_1, b_1)(a_2, b_2)(a_3, b_3)$	PF7	-4.0×10^6	-2.0×10^6	0
2	$(a_1, x_1)(a_2, x_2)(a_3, x_3)$	PF2	-1.0×10^6	-5.0×10^5	0
3	$(a_1, x_1)(a_2, x_2)(a_3, x_3)$	PF3	-1.0×10^6	-5.0×10^5	0
4	$(a_1, x_1)(a_2, x_2)(a_3, x_3)$	PF5	-1.0×10^6	-5.0×10^5	0
5	$(b_1, x_1)(b_2, x_2)(b_3, x_3)$	PF2	-1.0×10^6	-5.0×10^5	0
6	$(b_1, x_1)(b_2, x_2)(b_3, x_3)$	PF3	-1.0×10^6	-5.0×10^5	0
7	$(b_1, x_1)(b_2, x_2)(b_3, x_3)$	PF5	-1.0×10^6	-5.0×10^5	0

表 4 等离子体电流控制反馈系统主要控制参数

反馈系统	控制线圈	P	I	D
1	PF1	0	2.470	0
2	PF2	0	3.070	0
3	PF3	0	3.512	0
4	PF5	0	1.662	0
5	PF6	0	0.482	0
6	PF7	0	0.482	0

图 1 为等离子体电流随时间的演变过程, 等离子体电流从 0.1MA 逐渐上升, 经过 2s 达到稳定时的 1MA。图中○表示期望得到的预定等离子体电流, T 表示计算得出的等离子体电流。二者差别很小表明等离子体电流的反馈控制的效果是很好的。

图 2 为磁轴水平位置、大半径、小半径、拉长比和三角变形随时间的演变过程。由图 2 可见, 磁轴随着时间逐渐向内侧移动, 从 1.98m 移到 1.8m 逐渐稳定下来。随着磁轴逐渐向内侧移动, 大半径从 1.98m 移到 1.78m 逐渐稳定下来, 小半径从 0.26m

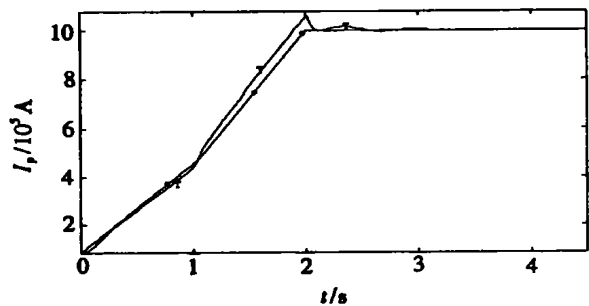


图 1 等离子体电流随时间的演变

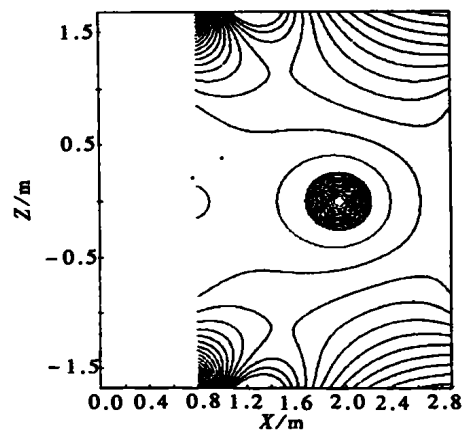


图 4 放电过程中 0s 时磁面的分布

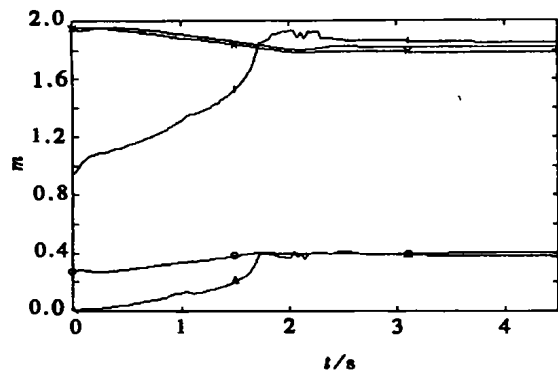


图 2 等离子体位形参数随时间的演变

——磁轴水平位置; -x-——大半径; +——小半径;
-o-——拉长比; -△-——三角变形。

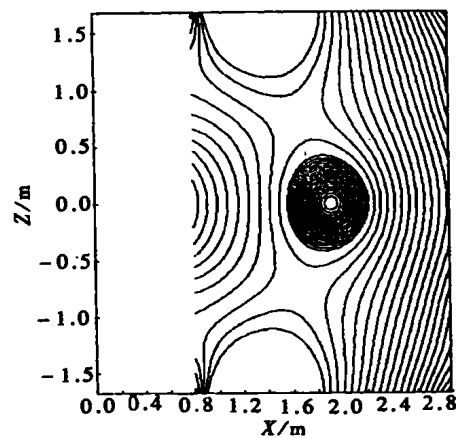


图 5 放电过程中 0.92s 时磁面的分布

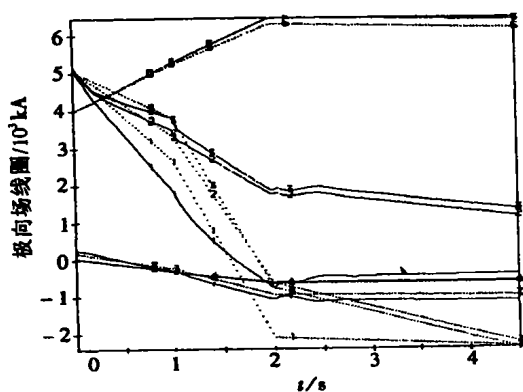


图 3 极向场线圈电流随时间的演变

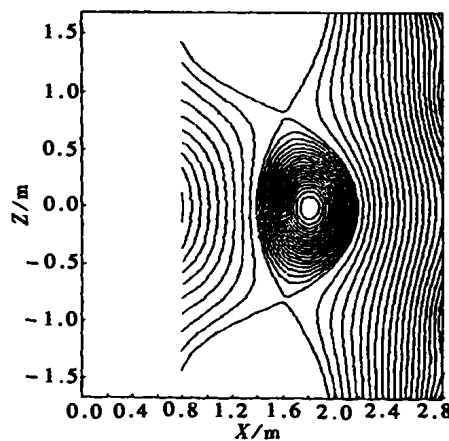


图 6 放电过程中 1.95s 时磁面的分布

逐渐增加到 0.40m, 拉长比从 1.0 逐渐增加到 1.8, 三角变形从 0 逐渐增加到 0.4, 等离子体也由开始的圆形小截面逐渐变大并拉长形成 D 形非圆截面。 β 值由开始的 0.001 逐渐上升到了 0.01。等离子体的这些参数表明等离子体位形的反馈控制的效果是很好的。

图 3 为极向场线圈电流随时间变化的情况, 图中虚线代表预定的程序场电流, 实线代表经过反馈调整得到的极向场 PF 线圈的真实电流。图 4~6 分别为放电过程中 0s, 0.92s 和 1.95s 时磁面的分布, 更清楚地显示了 HT-7U 等离子体的形成及演化过程, 实现了物理设计预期的等离子体位形的演变过程。

5 结论

我们初步建立和完善了放电模拟必需的软件系统, 对 HT-7U 装置的等离子体电流上升和平顶阶段的放电过程进行了数值模拟。等离子体电流从 100kA 圆截面演变为 1MA 拉长截面位形并形成稳定位形, 对等离子体位形和电流波形进行了成功的控制。

参考文献:

- [1] Jardin S C, Pomphrey N, Hoffmann F. Dynamic Modeling of Transport and Positional Control of Tokamaks [J]. *Journal of Computational Physics*, 1986, 66: 481.
- [2] Hoffmann F, Pomphrey N, Jardin S C, et al. Application of a New Algorithm to Plasma Shape Control in BPX [J]. *Nucl. Fusion*, 1992, 32(5): 897.
- [3] 虞清泉. HT-7U 装置物理设计 [R]. 合肥: 中国科学院等离子体物理研究所, 1999.

NUMERICAL SIMULATION OF PLASMA CONFIGURATION AND CURRENT CONTROL ON THE HT-7U TOKAMAK

WU Bin, ZHANG Cheng

(Institute of Plasma Physics, Academia Sinica, Hefei 230031)

Abstract: Numerical simulation of the HT-7U tokamak plasma configuration and plasma current is described by solving MHD equations and surface average transport equations using a suitable code. The evolution of plasma parameter via time is shown. The simulation result can play an important role in the design of the HT-7U tokamak and its plasma system.

Key words: Plasma configuration; Control system; Numerical simulation